

Hidrostatica

Em um recipiente com fluido em repouso, se considerarmos um elemento de fluido em seu interior, a resultante de forças no elemento de fluido é igual a zero. Como não há movimento, as tensões de cisalhamento também não existem.

Então, na direção x:

$$p_2 \, dy \, dz - p_3 \, dz \, ds \, \sin \alpha = 0$$

Como $ds \, \sin \alpha = dy$ então: $p_2 = p_3$

Na direção y:

$$p_1 \, dx \, dz - p_3 \, dz \, ds \, \cos \alpha - 0,5 \, \rho g \, dx \, dy \, dz = 0$$

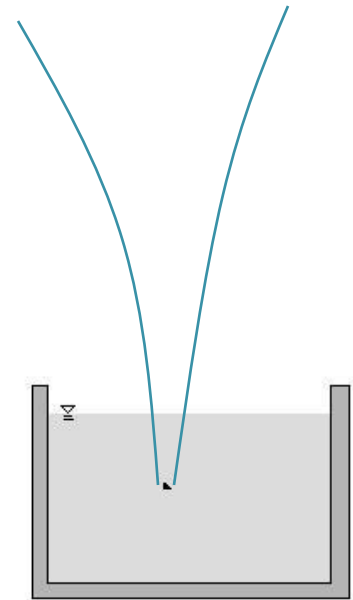
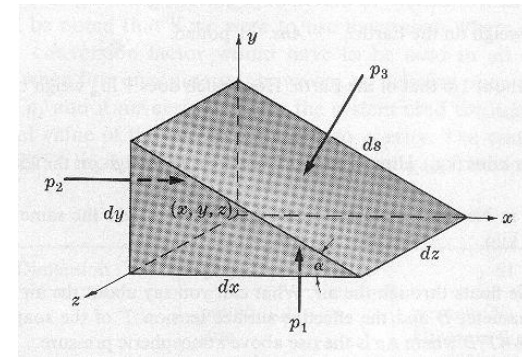
Como $ds \, \cos \alpha = dx$

$$p_1 - p_3 - 0,5 \, \rho g \, dy = 0$$

Como o terceiro termo é muito pequeno comparado com os outros dois:

$$p_1 = p_2 = p_3$$

Desde que α foi arbitrário, a pressão em um ponto de um fluido em repouso é igual em todas as direções (isotrópica).



(Fox et al., 2006)

Hidrostatica

Na direção X: $p dy dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz = 0$

Na direção Y: $p dx dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} dy \right) dx dz = 0$

Na direção Z: $p dx dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) dx dy - \rho g dx dy dz = 0$

Então:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

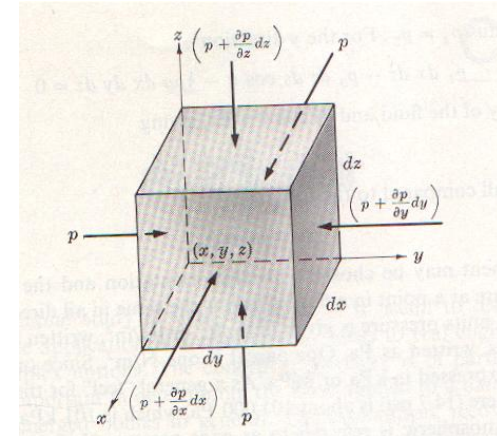
$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$



$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

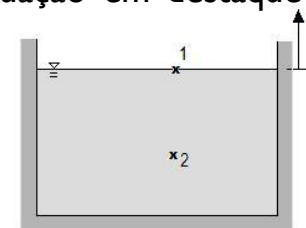
(Fox et al., 2006)



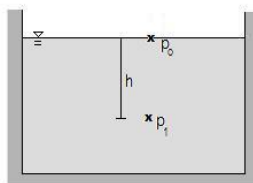
Se a densidade do fluido é constante, podemos integrar a equação em destaque entre duas elevações z_1 e z_2 :

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\rho g \int_{z_1}^{z_2} dz$$

$$p_2 - p_1 = -\rho g (z_2 - z_1)$$



Em geral, é conveniente colocar a origem do sistema de coordenadas na superfície livre e medir distâncias para baixo a partir desta superfície como sendo positivas, desta forma:



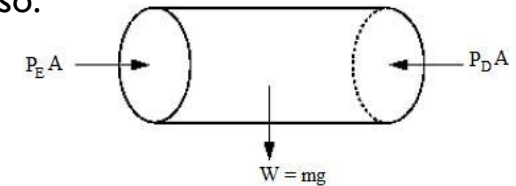
$$p_1 = p_0 + \rho g h$$

Dois pontos no mesmo fluido e à mesma profundidade estão à mesma pressão (Stevin, 1586).

A Pressão aumenta quando aumentamos a profundidade.

Hidrostática

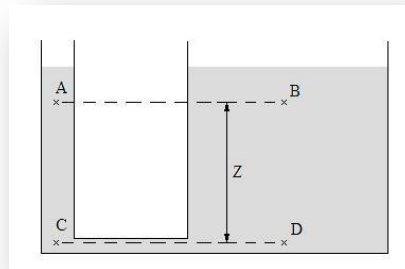
Igualdade de pressão a um mesmo nível em um líquido em repouso:



Considerando um elemento de fluido cilíndrico e horizontal dentro de um líquido em repouso, com área de seção A , em um líquido de densidade ρ , pressão P_E atuando na face esquerda e pressão P_D do lado direito e como o elemento está em equilíbrio (fluido estático), considerando a direção horizontal, temos:

$$P_E A = P_D A \quad \longrightarrow \quad P_E = P_D$$

Este resultado vale para qualquer fluido contínuo, mesmo para os dois tanques conectados da figura:



$$P_C = P_D$$

$$\begin{aligned} P_C &= P_A + \rho g z \\ P_D &= P_B + \rho g z \end{aligned}$$

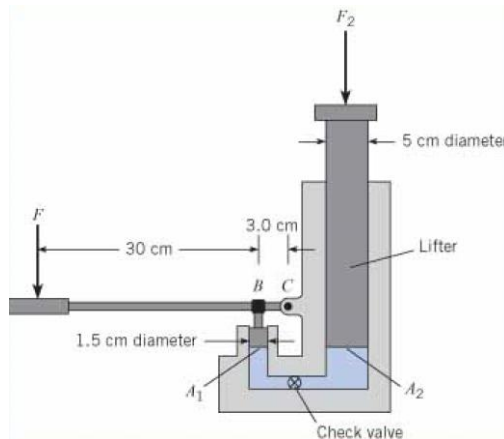


$$P_A = P_B$$

Hidrostática

O macaco hidráulico:

Se alguém exerce uma força de 100 N na alavanca do macaco hidráulico da figura, qual a carga que o macaco pode levantar?



$$\sum M_C = 0$$

$$100 \times 0,33 = F_1 \times 0,03$$

$$F_1 = \frac{33}{0,03} = 1100 N$$

$$P_1 = \frac{F_1}{A_1}$$

$$P_1 = \frac{1100 \times 4}{\pi \times (0,015)^2} = 6,22 \times 10^6 \frac{N}{m^2}$$

$$P_1 = P_2$$

$$P_2 = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_2 = 6,22 \times 10^3 \times \pi \times \frac{(0,05)^2}{4} = 12,2 kN$$

Neste caso, o macaco proporcionou um ganho mecânico de 122 pra 1!

Lei de PASCAL: A pressão aplicada a um corpo fluido é transmitida igualmente a cada porção do fluido e à superfície do recipiente que o contém.

Hidrostatica

A diferença de pressão entre dois pontos pode ser expressa pela distância h entre eles:

$$p_1 = p_0 + \rho g h \quad \longrightarrow \quad h = \frac{p_1 - p_0}{\rho g}$$

Nesse caso, h é denominada **altura de carga** que é interpretada como a altura de uma coluna de líquido de densidade ρ (ou peso específico $\gamma = \rho g$) necessária para fornecer a diferença de pressão.

Por exemplo: Para a água com peso específico, $\gamma = 9810 \text{ N/m}^3$, qual é a altura de carga correspondente a uma diferença de pressão de 60 kPa?

$$h = \frac{60000 \text{ N/m}^2}{9810 \text{ N/m}^3} = 6,12 \text{ m}$$

E se o fluido for mercúrio com $\rho = 13600 \text{ kg/m}^3$?

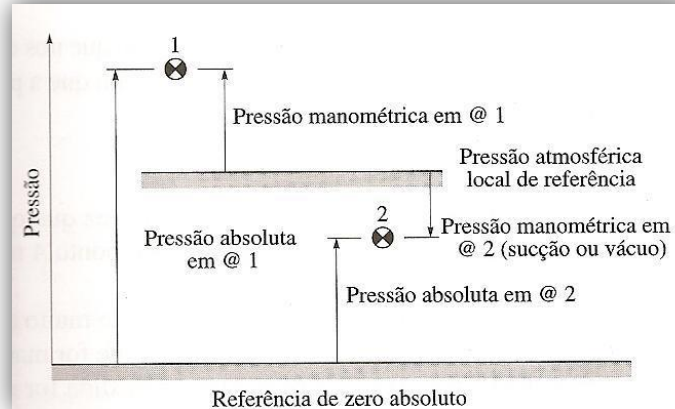
$$h = \frac{60000 \text{ N/m}^2}{13600 \text{ kg/m}^3 \times 9,81 \text{ m/s}^2} \cong 0,45 \text{ m}$$

Obs: se a pressão for dada como uma altura de coluna de fluido, a densidade do fluido também tem que ser dada.

Hidrostatica

MEDIÇÃO DE PRESSÃO:

A pressão em um ponto no interior de uma massa de fluido pode ser designada ou por **pressão absoluta**, ou por **pressão manométrica**.



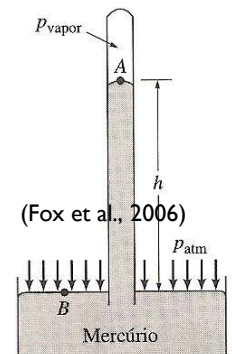
$$P_{ABSOLUTA} = P_{ATMOSFÉRICA} + P_{MANOMÉTRICA}$$

A maioria dos manômetros medem diferenças de pressão. As pressões medidas em relação à pressão atmosférica denominam-se **pressões manométricas**.

A pressão absoluta (medida em relação ao vácuo) deve ser usada em todos os cálculos com gases ideais ou com equações de estado.

A pressão atmosférica pode ser medida por um barômetro no qual se mede a altura de uma coluna de mercúrio.

Torricelli encheu completamente de mercúrio um tubo de vidro de cerca de um metro de altura, fechado numa extremidade. Depois, tapando o bocal com um dedo, voltou o tubo para baixo, mergulhando-o numa bacia larga e baixa, que também continha mercúrio. Retirando o dedo, Torricelli viu que o mercúrio não saía completamente, mas permanecia em grande parte no tubo, numa altura de cerca de 76 cm, isto porque a pressão exercida pela atmosfera sobre o mercúrio, na bacia, era igual ao peso da coluna de 76 cm contido no tubo. Acabara de nascer o barômetro. (**primeira metade do século XVII**)



Hidrostática

MANOMETRIA:

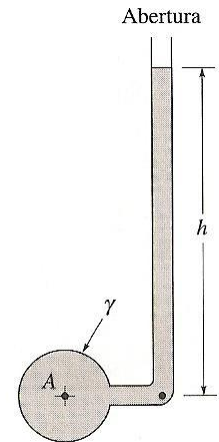
Os dispositivos que usam colunas de líquido em tubos verticais (ou inclinados) para medição de pressão são denominados **manômetros**.

Tubo piezométrico: Tipo mais simples de manômetro, consiste de um tubo vertical, aberto na parte superior, e fixado a um recipiente cuja pressão se deseja determinar. Desta forma, a pressão manométrica, p_A , pode ser determinada por:

$$p_A = \gamma h$$

Embora simples e precisos, os tubos piezométricos têm as seguintes limitações:

1. Só mede pressões maiores que a atmosférica;
2. A pressão medida deve ser relativamente baixa para proporcionar pequenas alturas da coluna de líquido;
3. O fluido cuja pressão deve ser medida deve ser um líquido e não um gás.



(Fox et al., 2006)

Hidrostática

MANOMETRIA:

Manômetros de Tubo em U:

O líquido usado no manômetro é chamado *líquido manométrico*.

No manômetro ao lado, observa-se que a pressão em (2) é igual à pressão em (3) [dois pontos no mesmo líquido e à mesma cota].

$$p_2 = p_A + \gamma_1 h_1$$

$$p_3 = \gamma_2 h_2 + p_{ATM}$$

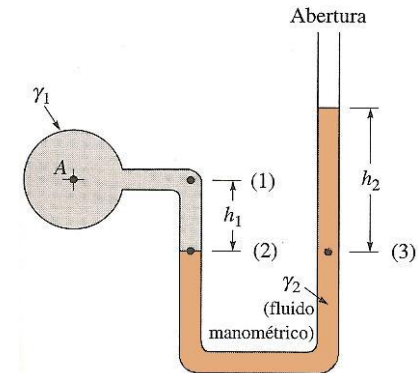
Sabendo que quando a pressão atmosférica é expressa como pressão manométrica é igual a zero:

$$p_A = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1$$

A vantagem é que o líquido manométrico é diferente do fluido em estudo.

Se o fluido 1 for um gás, a contribuição da coluna de gás, $\gamma_1 h_1$, é desprezível e então:

$$p_A = \gamma_2 h_2$$



Pode-se também buscar a solução iniciando em uma extremidade e terminando na outra. À medida em que nos deslocamos para baixo, somamos a coluna de fluido, e à medida em que subimos, subtraímos a coluna de fluido:

$$p_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 = 0$$

Hidrostatica

MANOMETRIA:

Densidade relativa:

Usualmente é fornecida a densidade relativa, d , dos fluidos. Este valor é em relação à densidade da água.

Então, se dizemos que a densidade relativa do mercúrio é $d = 13,6$ equivale a dizer que a densidade do mercúrio é 13,6 vezes a densidade da água.

A densidade relativa também pode ser denotada por SG (*Specific Gravity*).

$$\rho_{\text{água}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad d_{\text{Hg}} = SG_{\text{Hg}} = 13,6 \quad \longrightarrow \quad \rho_{\text{Hg}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\gamma = \rho g$$

Hidrostática

MANOMETRIA:

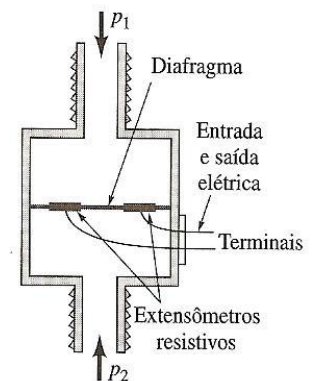
Dispositivos Mecânicos e Eletrônicos de Medição de Pressão:

No **medidor de pressão de Bourdon**, o elemento mecânico essencial é o tubo oco de material elástico curvo (*tubo de Bourdon*), que é conectado à fonte de pressão. À medida que a pressão no interior do tubo aumenta ele tenta desencurvar-se e, esta deformação pode ser convertida no movimento de um ponteiro em relação a um mostrador.

Como é a diferença de pressão entre o lado externo do tubo (atmosférica) e o lado interno do tubo que produz o movimento do ponteiro, então a pressão indicada é a pressão manométrica.



Em muitas aplicações a pressão deve ser medida com um dispositivo que converta a pressão em um sinal elétrico de saída. Por exemplo, nos casos de variações de pressão ao longo do tempo (sistemas de injeção eletrônica de automóveis, por exemplo). Este tipo de dispositivo é chamado de **transdutor de pressão**.



Hidrostatica

FORÇA HIDROSTÁTICA SOBRE SUPERFÍCIES PLANAS:

Nos fluidos em repouso, a força de pressão é perpendicular à superfície.

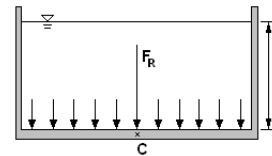
A pressão varia linearmente, aumentando com a profundidade h .



Para uma superfície horizontal:

$$p = \gamma h$$

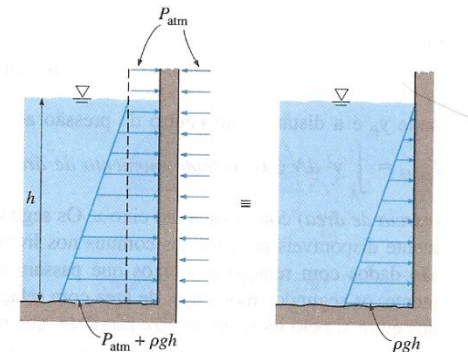
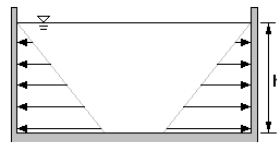
$$F = p.A$$



Onde p é a pressão uniforme sobre a superfície e A é a área da mesma.

Como a pressão é constante e uniformemente distribuída ao longo da superfície então a força resultante atua no centróide da área.

Já nas paredes verticais, observa-se que a pressão não é uniforme:



Hidrostatica

FORÇA HIDROSTÁTICA SOBRE SUPERFÍCIES PLANAS:

Vejamos como determinar direção, sentido, localização e magnitude da força resultante, F_R , atuando do lado de cima da superfície em contato com a água, para a superfície inclinada da figura:

Para uma dada profundidade, h , a força que atua em dA , perpendicular a dA é:

$$dF = \gamma \cdot h \cdot dA$$

Então, a força resultante, devido à pressão em toda a superfície é:

$$F_R = \int_A \gamma \cdot h \cdot dA = \int_A \gamma (y \cdot \text{seno} \theta) dA \quad \longrightarrow \quad F_R = \gamma \cdot \text{seno} \theta \int_A y \cdot dA \quad [1]$$

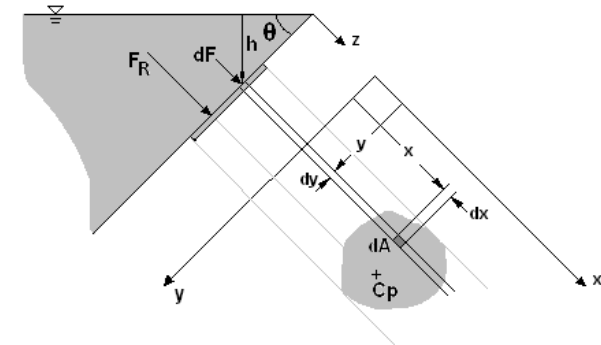
A integral que aparece nesta equação é o momento estático (primeiro momento) da área em relação ao eixo x , e pode ser expresso por:

$$\int_A y \cdot dA = y_C A$$

onde y_C é a coordenada y do centróide da área A medida a partir do eixo dos x . Então, a equação [1] pode ser escrita como:

$$F_R = \gamma \cdot A \cdot y_C \cdot \text{sen} \theta \quad \longrightarrow \quad F_R = \gamma \cdot h_C \cdot A$$

Onde h_C é a profundidade do centróide. A equação em destaque nos diz que a magnitude de F_R é igual à pressão no centróide multiplicada pela área.



Hidrostatica

FORÇA HIDROSTÁTICA SOBRE SUPERFÍCIES PLANAS:

Acontece que F_R não atua no centróide da área. De fato, ela atua no Centro de Pressão, C_p , que fica um pouco mais abaixo.

A coordenada y_R pode ser determinada pela soma dos momentos em torno do eixo x.

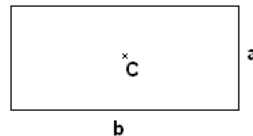
$$F_R \cdot y_R = \int_A y \cdot dF = \int_A \gamma \cdot \text{seno} \theta \cdot y^2 dA$$

Pode-se mostrar que esta relação de momentos leva à seguinte equação:

$$y_R - y_C = \frac{I_{XC}}{y_C \cdot A}$$

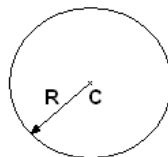
onde I_{XC} é o momento de inércia da área plana A em relação ao eixo que passa pelo centróide de A, uma propriedade geométrica da área A.

No caso de retângulos e círculos:



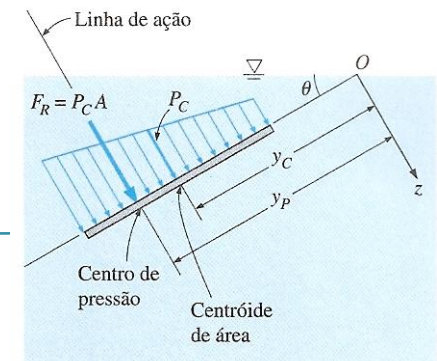
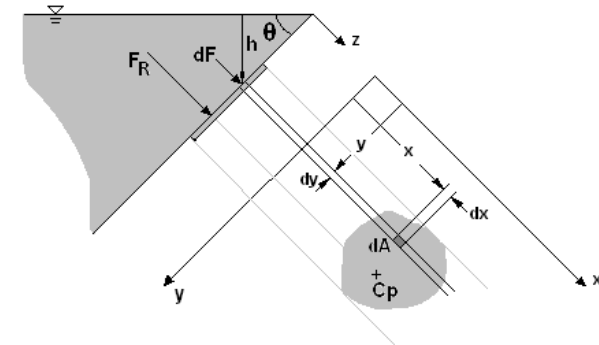
$$I_{XC} = \frac{b \cdot a^3}{12}$$

$$A = b \cdot a$$



$$I_{XC} = \frac{\pi R^4}{4}$$

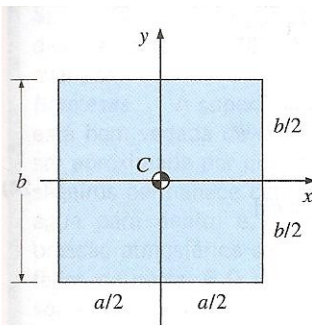
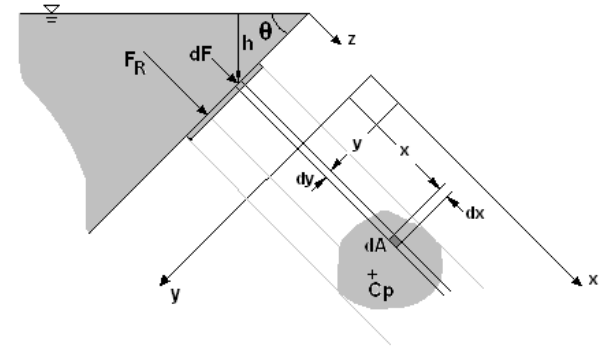
$$A = \pi R^2$$



(Çengel e Cimbala, 2007)

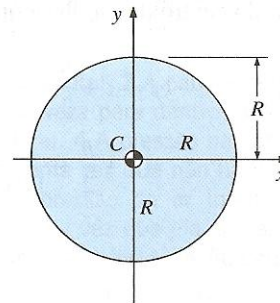
Hidrostatica

FORÇA HIDROSTÁTICA SOBRE SUPERFÍCIES PLANAS:



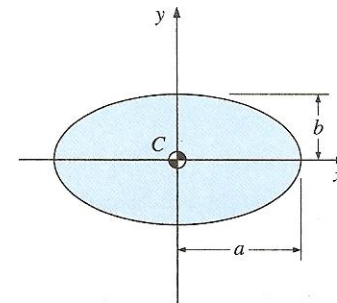
$$A = ab, I_{xx, C} = ab^3/12$$

(a) Retângulo



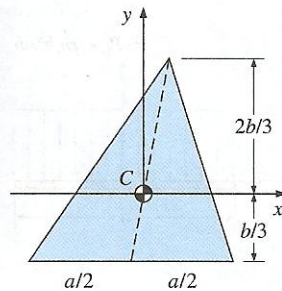
$$A = \pi R^2, I_{xx, C} = \pi R^4/4$$

(b) Círculo



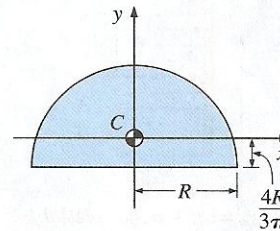
$$A = \pi ab, I_{xx, C} = \pi ab^3/4$$

(c) Elipse



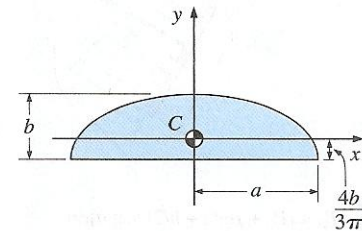
$$A = ab/2, I_{xx, C} = ab^3/36$$

(d) Triângulo



$$A = \pi R^2/2, I_{xx, C} = 0,109757R^4$$

(e) Semicírculo



$$A = \pi ab/2, I_{xx, C} = 0,109757ab^3$$

(f) Semi-elipse

Hidrostatica

FORÇA HIDROSTÁTICA SOBRE SUPERFÍCIES PLANAS:

EXEMPLO: À medida em que água sobe do lado esquerdo da comporta retangular, esta se abre automaticamente. A que altura da articulação, se dá a abertura? Desprezar o peso da comporta.

A força na placa horizontal, F_{RPH} , aplicada no centróide da placa é:

$$F_{RPH} = \gamma \cdot h_C \cdot A = \gamma \cdot D \cdot (1,5) \cdot L$$

O torque (ou momento), no sentido anti-horário, produzido pelas forças de pressão na placa horizontal é:

$$\tau_{PH} = F_{RPH} \cdot x_C = \gamma \cdot D \cdot (1,5) \cdot L \cdot \frac{(1,5)}{2}$$

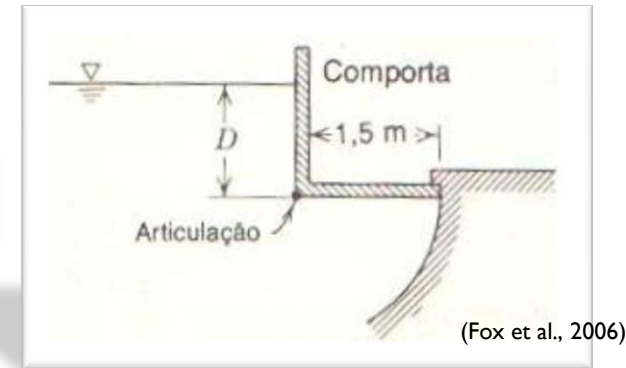
A força na placa vertical, F_{RPV} , é dada por:

$$F_{RPV} = \gamma \cdot h_C \cdot A = \gamma \cdot \frac{D}{2} \cdot L \cdot D$$

O ponto de aplicação desta força (em relação à superfície) é:

$$y_R = \frac{I_{XC}}{y_C \cdot A} + y_C = \frac{L \cdot D^3}{12 \cdot \frac{D}{2} \cdot L \cdot D} + \frac{D}{2} = \frac{D}{6} + \frac{D}{2} = \frac{2}{3} D$$

$$I_{XC} = \frac{b \cdot a^3}{12}$$



O torque, no sentido horário, produzido pelas forças de pressão na placa vertical é:

$$\tau_{PV} = F_{RPV} \cdot (D - y_R) = \frac{\gamma \cdot D^2 \cdot L}{2} \cdot \frac{D}{3}$$

No limite do equilíbrio, quando a comporta estiver já abrindo, os torques ainda se anulam, portanto:

$$\frac{\gamma \cdot D \cdot (1,5)^2 L}{2} = \frac{\gamma \cdot D^3 \cdot L}{6}$$

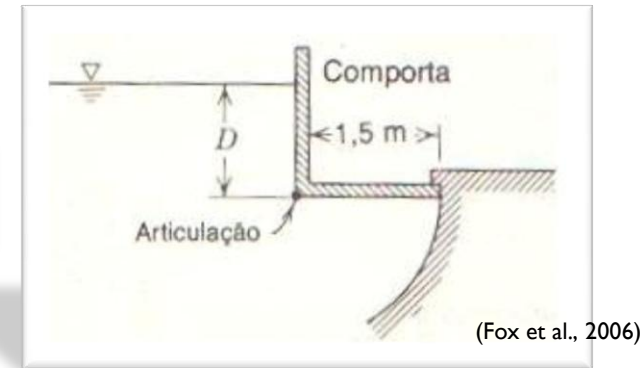
$$6,75 = D^2$$

$$D = 2,6m$$

Hidrostatica

FORÇA HIDROSTÁTICA SOBRE SUPERFÍCIES PLANAS:

EXEMPLO: À medida em que água sobe do lado esquerdo da comporta retangular, esta se abre automaticamente. A que altura da articulação, se dá a abertura? Desprezar o peso da comporta.



O torque (ou momento), no sentido anti-horário, produzido pelas forças de pressão na placa horizontal é:

$$\tau_{PH} = \int_A x dF = \int_A x P dA = \int_0^{1,5} x \gamma h L dx = \gamma h L \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^{1,5} = \frac{(1,5)^2}{2} \gamma D L$$

O torque (ou momento), no sentido horário, produzido pelas forças de pressão na placa vertical é:

$$\tau_{PV} = \int_A y dF = \int_A y P dA = \int_0^D y \gamma h L dy = \gamma L \int_0^D y (D - y) dy$$

$$\frac{\gamma \cdot D \cdot (1,5)^2 L}{2} = \frac{\gamma \cdot D^3 \cdot L}{6}$$

$$\tau_{PV} = \gamma L \left\{ D \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^D - \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^D \right\} = \gamma L \left(\frac{D^3}{2} - \frac{D^3}{3} \right) = \gamma L \frac{D^3}{6}$$

$$6,75 = D^2$$

$$D = 2,6m$$

Hidrostática

FORÇA HIDROSTÁTICA SOBRE SUPERFÍCIES CURVAS:

O modo mais fácil de determinar a força resultante é calculando as componentes horizontal e vertical separadamente.

Considera-se o bloco líquido mostrado, delimitado pela superfície curva e por suas projeções no plano vertical e no plano horizontal. Assim a força que age sobre a superfície curva sólida é igual e oposta à força que age na superfície curva do bloco líquido (Newton).

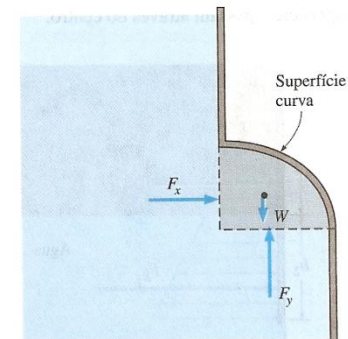
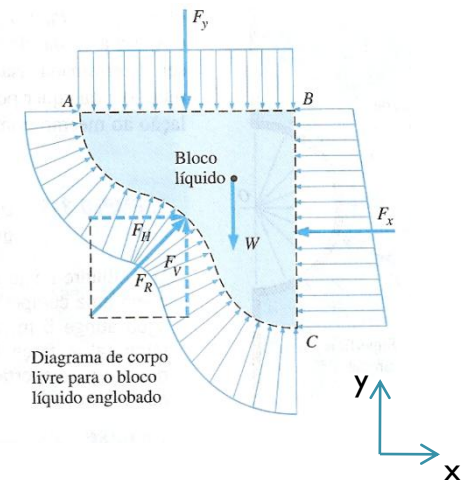
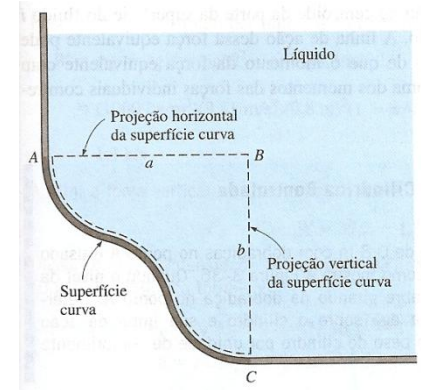
$$F_H = F_x$$

$$F_V = F_y + W$$

A componente horizontal da força hidrostática sobre a superfície curva é igual (em intensidade e linha de ação) à força que age sobre sua projeção vertical.

A componente vertical da força hidrostática sobre a superfície curva é igual à força que age sobre a sua projeção horizontal, mais o peso do bloco de fluido.

Quando a superfície estiver acima do fluido, o peso do líquido e a componente vertical se opõem e, neste caso: $F_V = F_y - W$.



Hidrostática

FORÇA HIDROSTÁTICA SOBRE SUPERFÍCIES CURVAS:

A intensidade da força hidrostática resultante que age sobre a superfície curva é :

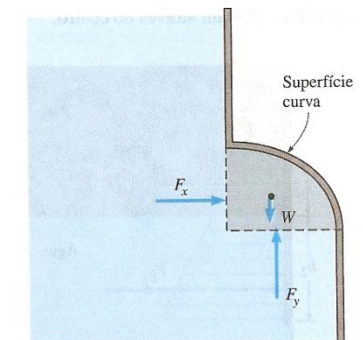
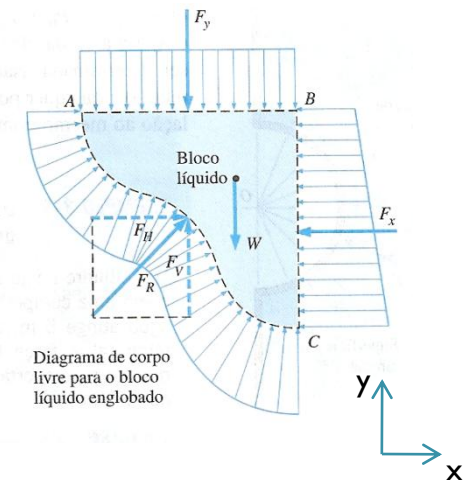
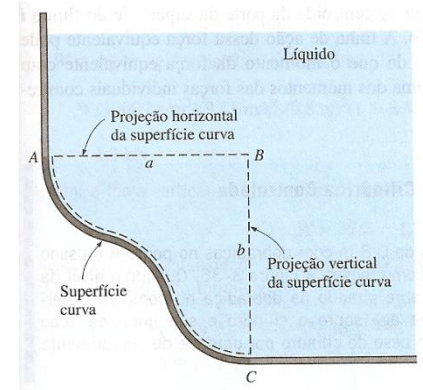
$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$$

E a tangente do ângulo que ela forma com a horizontal é:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_V}{F_H}$$

O local exato da linha de ação da força resultante pode ser determinado tomando um momento com relação a um ponto apropriado.

Obs. Quando a superfície curva é um arco circular, a linha de ação da força resultante sempre passa pelo centro do círculo, porque as forças de pressão são normais à superfície.



Hidrostatica

FORÇA HIDROSTÁTICA SOBRE SUPERFÍCIES CURVAS:

EXEMPLO:

A comporta mostrada é articulada em O e tem largura $w = 5\text{m}$. A equação da superfície é $x = y^2/a$, com $a = 4\text{m}$. A profundidade da água à direita da comporta é $D = 4\text{m}$. Determine a magnitude da força, F_a , requerida para manter a comporta em equilíbrio se o seu peso for desprezado.

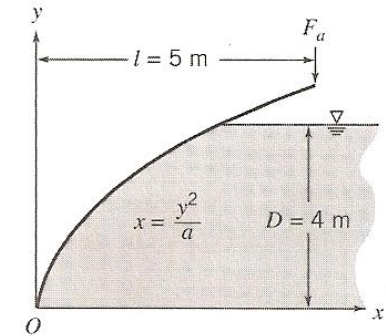
SOLUÇÃO:

Calculando F_H :

$$F_H = \rho g h_c A \quad F_H = 1000 \times 9,81 \times 2 \times (5 \times 4) = 392 \text{ kN}$$

O ponto de aplicação de F_H :

$$y_R = y_C + \frac{I_{xx}}{y_C A} = 2 + \frac{5 \times 4^3}{12 \times 2 \times 20} = 2,66 \text{ m}$$



(Fox et al., 2006)

Calculando o peso do bloco de líquido:

$$x = \frac{y^2}{a} = \frac{y^2}{4} \therefore y = \sqrt{4x} = 2\sqrt{x} = 2x^{0,5}$$

Área abaixo da curva:

$$(p/y = 4 \rightarrow x = 4)$$

$$A = \int_0^4 2x^{0,5} dx = 2 \int_0^4 x^{0,5} dx = 2 \left(\frac{x^{1,5}}{1,5} \right) \Big|_0^4 = 10,66 \text{ m}^2$$

Volume do bloco de líquido:

$$V = w \times A = 5 \times 10,66 = 53,3 \text{ m}^3$$

Finalmente, o peso do bloco:

$$W = \rho g V = 1000 \times 9,81 \times 53,3 = 523.167 \text{ N}$$

Hidrostática

FORÇA HIDROSTÁTICA SOBRE SUPERFÍCIES CURVAS:

EXEMPLO:

A comporta mostrada é articulada em O e tem largura $w = 5\text{m}$. A equação da superfície é $x = y^2/a$, com $a = 4\text{m}$. A profundidade da água à direita da comporta é $D = 4\text{m}$. Determine a magnitude da força, F_a , requerida para manter a comporta em equilíbrio se o seu peso for desprezado.

SOLUÇÃO:

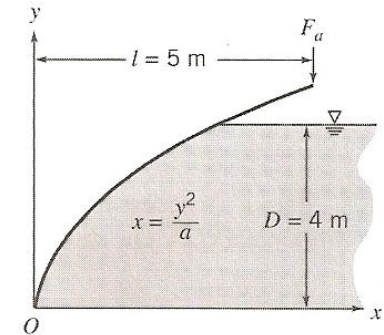
Calculando F_Y :

$$F_Y = \rho g h_C A = 1000 \times 9,81 \times 4 \times 20 = 784.800\text{N}$$

Calculando F_V :

Como a superfície está acima do bloco:

$$F_V = F_Y - W = 784800 - 523167 = 261,6\text{kN}$$



(Fox et al., 2006)

Hidrostatica

FORÇA HIDROSTÁTICA SOBRE SUPERFÍCIES CURVAS:

EXEMPLO:

A comporta mostrada é articulada em O e tem largura $w = 5\text{m}$. A equação da superfície é $x = y^2/a$, com $a = 4\text{m}$. A profundidade da água à direita da comporta é $D = 4\text{m}$. Determine a magnitude da força, F_a , requerida para manter a comporta em equilíbrio se o seu peso for desprezado.

SOLUÇÃO:

O momento da componente F_v , aplicada à superfície da comporta, é igual à diferença entre o somatório dos torques devidos às forças dF_y e o somatório de torques devidos aos pesos elementares dF_w :

$$xF_v = \int_0^4 x\gamma D dA - \int_0^4 x\gamma h dA \quad h = y$$

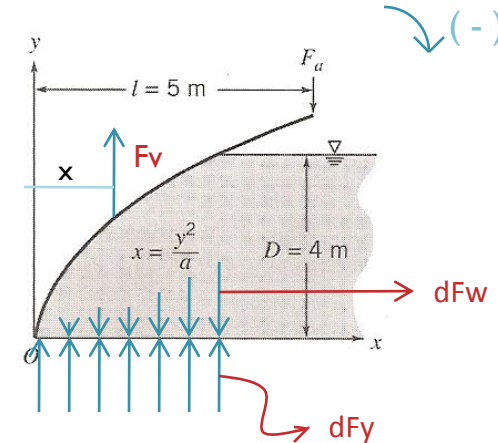
$$xF_v = \gamma \left[\int_0^4 4xw dx - \int_0^4 x(2x^{0,5})w dx \right]$$

$w = 5$

$$xF_v = 5\gamma \left[\frac{4x^2}{2} \Big|_0^4 - \frac{2x^{2,5}}{2,5} \Big|_0^4 \right]$$

$$xF_v = 5\gamma(32 - 25,6) = 313920$$

$$x = \frac{313920}{261600} = 1,2\text{m}$$



Para determinar F_a , fazemos:

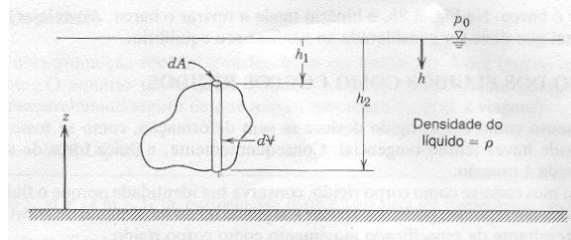
$$\sum M_O = 0$$

$$-5F_a + 1,2F_v + (4 - 2,67)F_H = 0$$

$$F_a = \frac{313920 + 521360}{5} = 168\text{kN}$$

Hidrostatica

FORÇA DE EMPUXO:



(Fox et al., 2006)

A força vertical neste corpo, devido à pressão hidrostática, denominada empuxo de flutuação, pode ser facilmente determinada considerando os cilindros elementares.

$$\frac{dp}{dh} = \rho g \quad \text{para } \rho \text{ constante} \quad \longrightarrow \quad p = p_0 + \rho g h$$

O empuxo vertical no cilindro elementar é:

$$dF_z = (p_0 + \rho g h_2) dA - (p_0 + \rho g h_1) dA = \rho g (h_2 - h_1) dA$$

Como $(h_2 - h_1) dA = dV$

$$F_z = \int dF_z = \int_V \rho g dV = \rho g V = \gamma \mathcal{V}$$



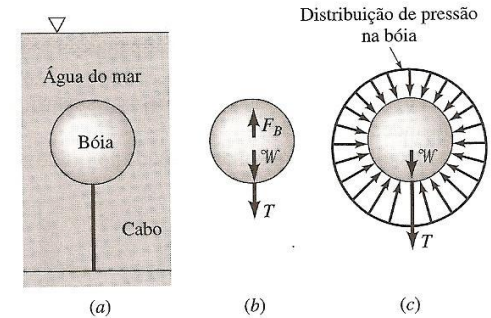
O empuxo de flutuação é igual ao peso do volume líquido deslocado.

Arquimedes (220 a.C.)

Hidrostatica

FORÇA DE EMPUXO:

Quando um corpo se encontra totalmente submerso em um fluido, ou flutuando parcialmente submerso, a força resultante atuando no corpo é denominada **força de empuxo**, ou **força de flutuação**. Resulta uma força vertical para cima porque a pressão cresce com a profundidade e as forças de pressão atuando de baixo para cima são maiores que as forças de pressão atuando de cima para baixo.



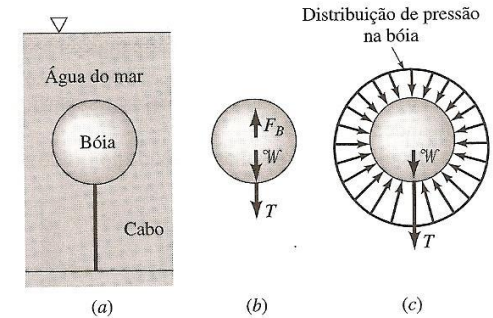
(Fox et al., 2006)

A bóia esférica, com diâmetro de 1,5m e pesando 8,5 kN é ancorada no fundo do mar por um cabo. Para as condições da figura (a), sabendo-se que o peso específico da água do mar é $\gamma = 10,1 \text{ kN/m}^3$ e que o volume da bóia é dado por $V = \pi d^3/6 \text{ [m}^3\text{]}$, qual seria a tensão no cabo?

Hidrostatica

FORÇA DE EMPUXO:

Quando um corpo se encontra totalmente submerso em um fluido, ou flutuando parcialmente submerso, a força resultante atuando no corpo é denominada **força de empuxo**, ou **força de flutuação**. Resulta uma força vertical para cima porque a pressão cresce com a profundidade e as forças de pressão atuando de baixo para cima são maiores que as forças de pressão atuando de cima para baixo.



A bóia esférica, com diâmetro de 1,5m e pesando 8,5 kN é ancorada no fundo do mar por um cabo. Para as condições da figura (a), sabendo-se que o peso específico da água do mar é $\gamma = 10,1 \text{ kN/m}^3$ e que o volume da bóia é dado por $V = \pi d^3/6 \text{ [m}^3]$, qual seria a tensão no cabo?

✓ No diagrama de corpo livre da bóia (b) F_B é a força de empuxo; W é o peso da boia e T é a tensão no cabo.

$$T = F_B - W$$

$$F_B = (10,1 \times 10^3) \left(\pi/6 \right) (1,5^3) = 1,785 \times 10^4 \text{ N}$$

A tensão no cabo é então:

$$T = 1,785 \times 10^4 - 8,5 \times 10^3 = 9,35 \text{ kN}$$

O efeito líquido das forças de pressão na superfície da bóia é equivalente à força vertical F_B . Não se inclui simultaneamente os efeitos da força de empuxo e da pressão hidrostática nos cálculos – **se utiliza uma ou outra**.

Hidrostatica

FORÇA DE EMPUXO:

Um balão de ar quente, com a forma aproximada de uma esfera de 15 metros de diâmetro, deve levantar um cesto com carga de 2670 N. até que temperatura deve o ar ser aquecido de modo a possibilitar a decolagem?



Considerações:

- Gás ideal
- Pressão atmosférica por todos os lados do balão.

$$\sum F_y = F_{\text{Empuxo}} - W_{\text{ar_quente}} - W_{\text{carga}} = \rho_{\text{ar}} g v - \rho_{\text{ar_quente}} g v - W_{\text{carga}} = 0$$



$$\rho_{\text{ar_quente}} = \rho_{\text{ar}} - \frac{W_{\text{carga}}}{g v} = \rho_{\text{ar}} - \frac{6 W_{\text{carga}}}{\pi d^3 g} = 1,225 - 6 \times \frac{2670}{\pi (15)^3 \times 9,81} = 1,071 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$p = \rho R T$$



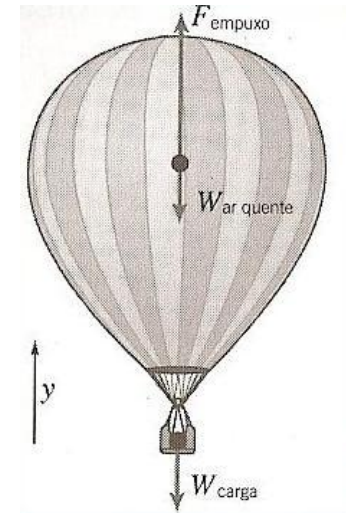
$$\frac{p_{\text{ar_quente}}}{p_{\text{ar}}} = \frac{\rho_{\text{ar_quente}} R T_{\text{ar_quente}}}{\rho_{\text{ar}} R T_{\text{ar}}}$$

com

$$p_{\text{ar_quente}} = p_{\text{ar}}$$



$$T_{\text{ar_quente}} = \frac{\rho_{\text{ar}} T_{\text{ar}}}{\rho_{\text{ar_quente}}} = \frac{1,225 \times (273 + 15)}{1,071} = 329 \text{ K} = 56^\circ \text{ C}$$



(Fox et al., 2006)