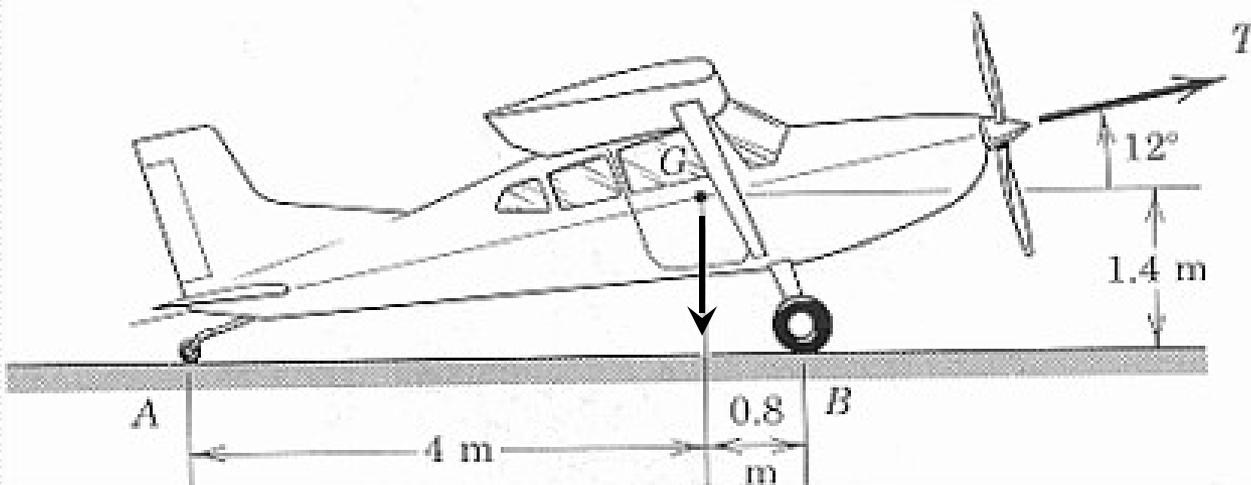
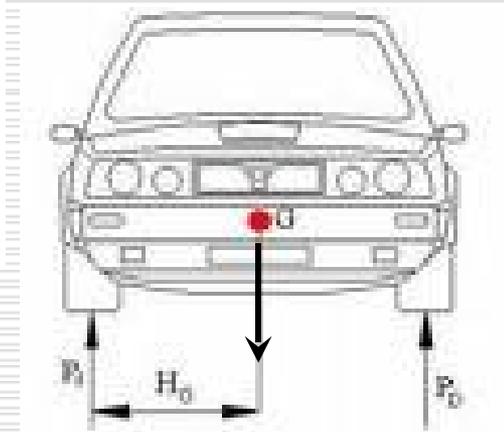
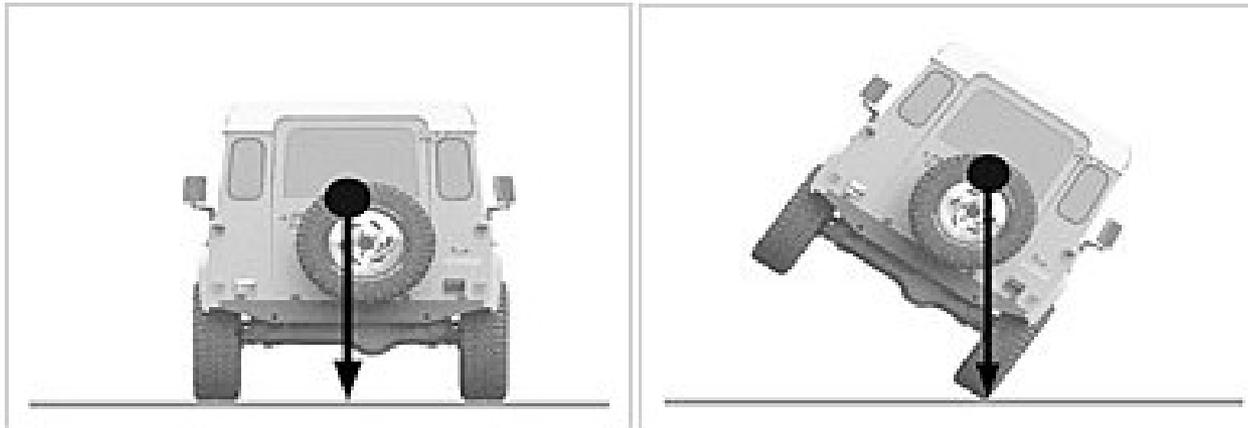


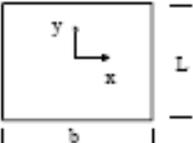
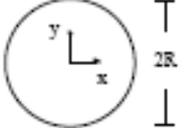
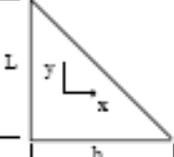
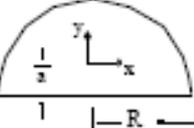
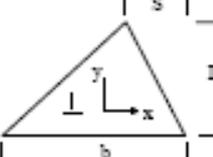
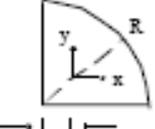
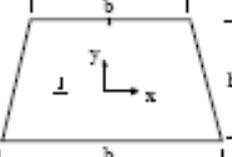
# FLUIDOSTÁTICA II

---

## □ FORÇA SOBRE ÁREAS PLANAS

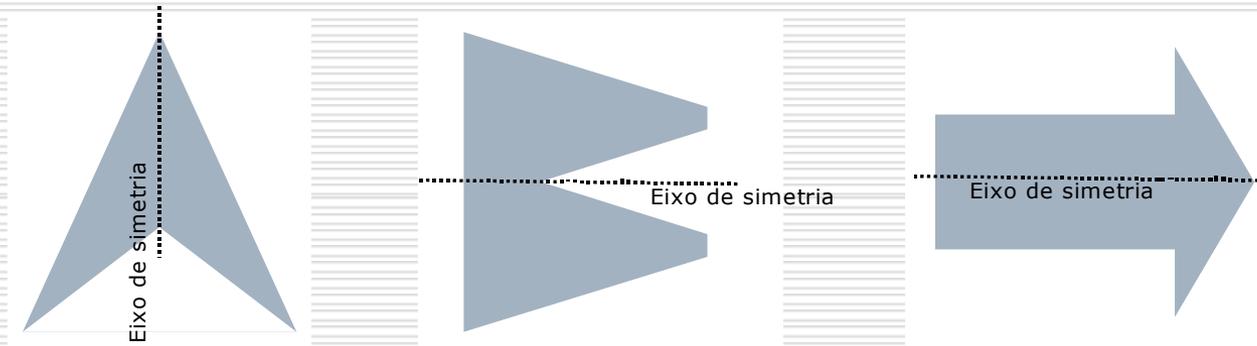
# Centro de Gravidade (CG)



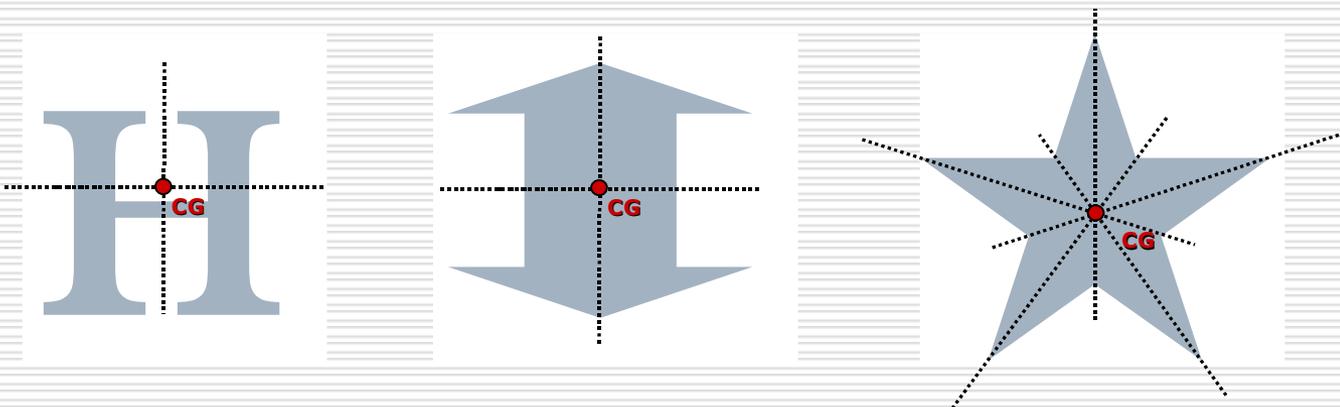
Geometria	Centróide	Momento de Inércia (I <sub>xx</sub> )	Área
	$\frac{b}{2}, \frac{L}{2}$	$\frac{bL^3}{12}$	$b \cdot L$
	0,0	$\frac{\pi R^4}{4}$	$\pi R^2$
	$\frac{b}{3}, \frac{L}{3}$	$\frac{bL^3}{36}$	$\frac{b \cdot L}{2}$
	$0, a = \frac{4R}{3\pi}$	$R^4 \left( \frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right)$	$\frac{\pi R^2}{2}$
	$a = \frac{L}{3}$	$\frac{bL^3}{36}$	$\frac{1}{2} b \cdot L$
	$a = \frac{4R}{3\pi}$	$\left( \frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi} \right) R^4$	$\frac{\pi R^2}{4}$
	$a = \frac{h(b + 2b_1)}{3(b + b_1)}$	$\frac{h^3(b^2 + 4bb_1 + b_1^2)}{36(b + b_1)}$	$(b + b_1) \frac{h}{2}$

# CG constatações

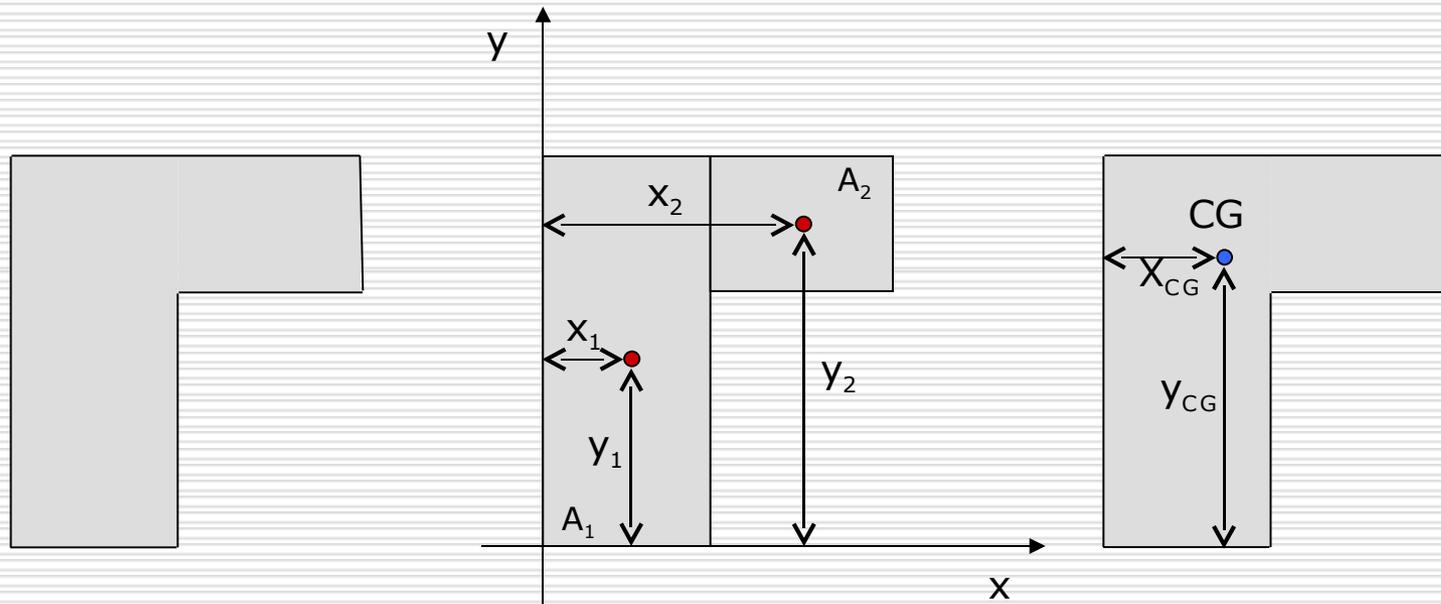
- Se a figura possui eixo de simetria, o CG está contido neste eixo.



- Se a figura possui mais de um eixo de simetria, o CG está, obrigatoriamente, na intersecção destes eixos.



# CG de áreas compostas



$$x_C = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i} \quad y_C = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i}$$

# Momento de Inércia

---

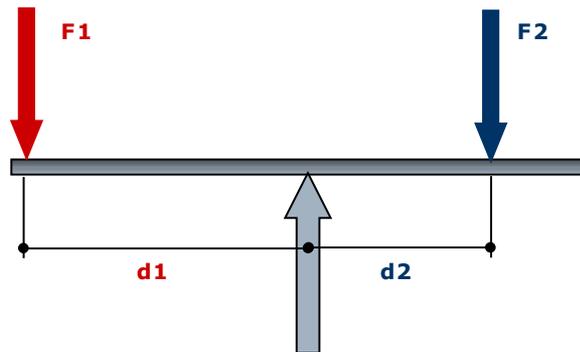
- O **momento de inércia** é uma medida para a resistência que um corpo em rotação opõe a uma mudança de velocidade. A massa do corpo, sua posição geométrica, a posição do eixo de rotação e a distribuição das massas desempenham um papel importante.
- Calcula-se o momento de inércia de um corpo sempre em relação a um eixo.

# Revisão: estática de corpos rígidos

$\Sigma F = 0$  (a força resultante de um sistema em equilíbrio é nula)

Momento de uma força = força x distância (N.m)

$\Sigma M = 0$  (o momento resultante de um sistema em equilíbrio é nulo)

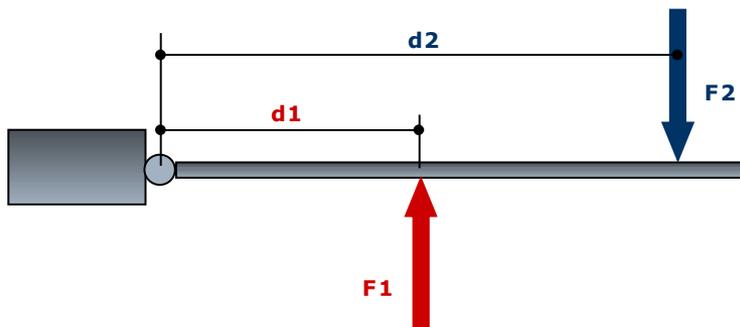


$$F1 \cdot d1 - F2 \cdot d2 = 0$$

$$F1 \cdot d1 = F2 \cdot d2$$

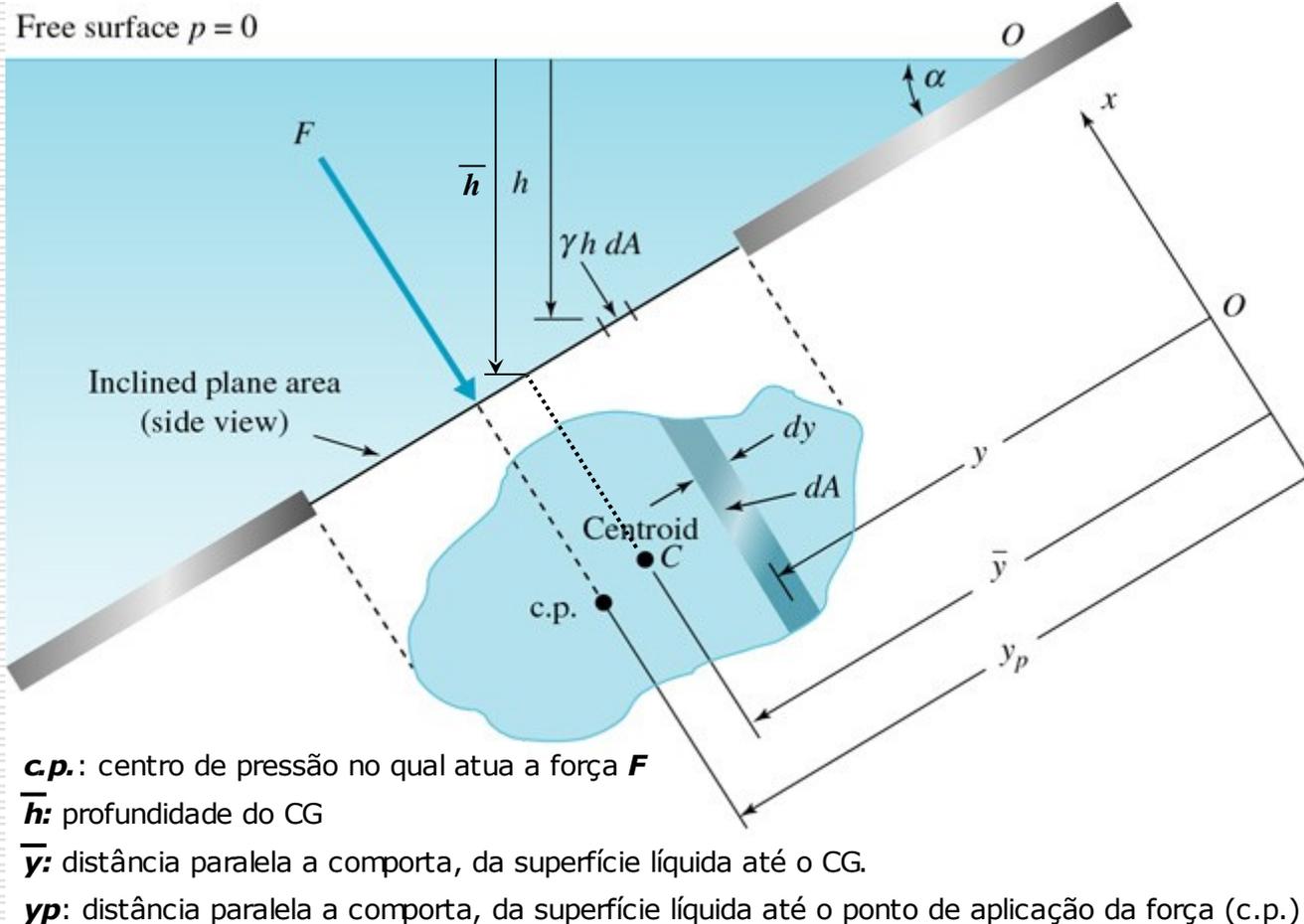
$$F1 = \frac{F2 \cdot d2}{d1}$$

$$F2 = \frac{F1 \cdot d1}{d2}$$



# Forças sobre áreas planas

- No projeto envolvendo objetos submersos busca-se determinar a magnitude da força devido a pressão bem como sua localização.



$$y_p = y \cdot h$$

$$P = \gamma \cdot y \cdot \text{sen} \alpha$$

$$F = \int_A p dA$$

$$F = \int_A \gamma \cdot y \cdot \text{sen} \alpha \cdot dA$$

$$F = \gamma \cdot \text{sen} \alpha \int_A y \cdot dA$$

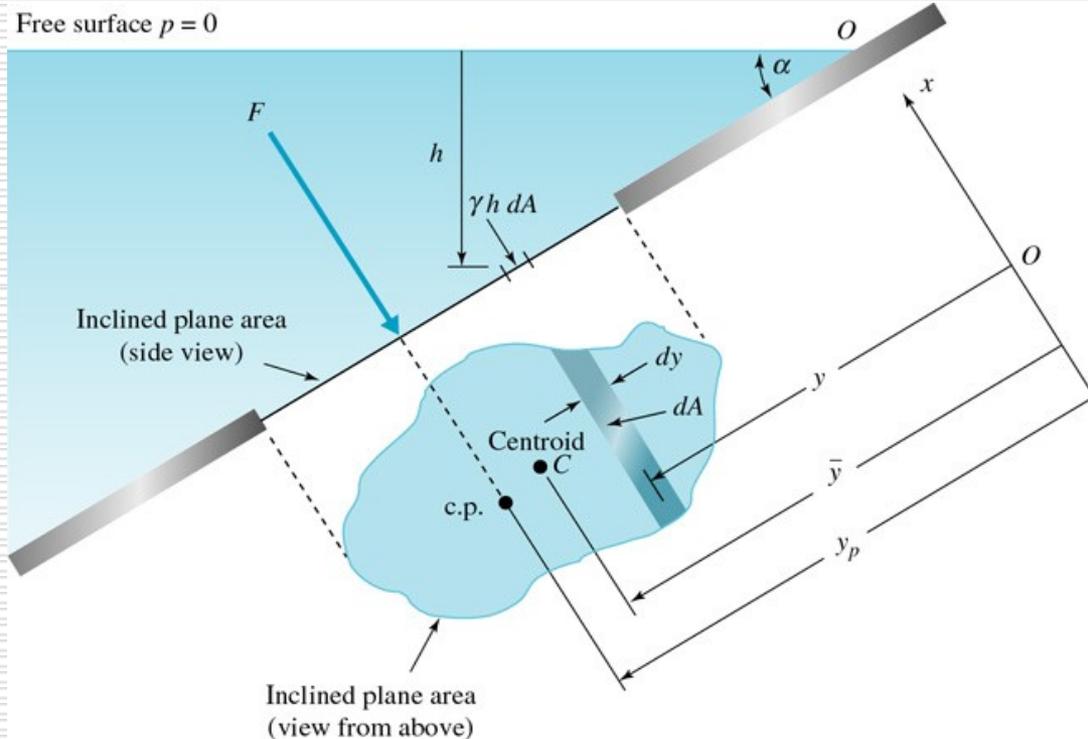
$$\bar{y} = \frac{1}{A} \int_A y dA$$

$$F = \gamma \cdot A \cdot \bar{y} \cdot \text{sen} \alpha$$

$$\text{como } \bar{y} \cdot \text{sen} \alpha = \bar{h}$$

$$F = \gamma \cdot \bar{h} \cdot A$$

# Localização da força



$$y_p = \bar{y} + \frac{\bar{I}}{A \cdot \bar{y}}$$

$y_p$  : coordenada do centro de pressão

$\bar{I}$  : momento de inércia

$A$  : área submersa da placa

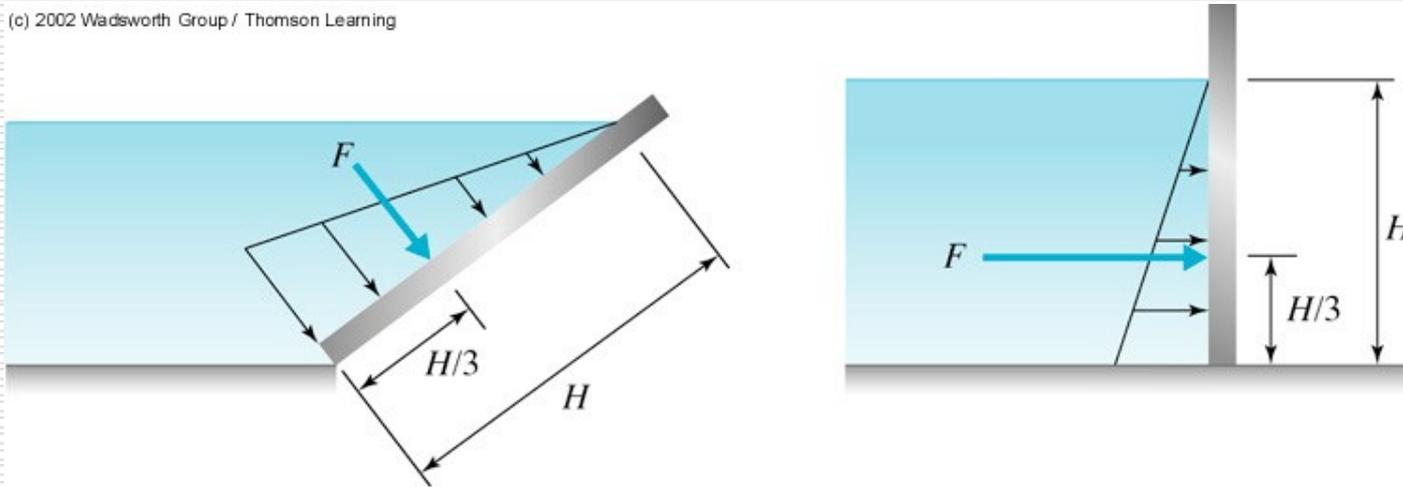
$\bar{y}$  : coordenada do centróide

Conclusões:

- $y_p$  é sempre maior do que  $y$
- a força resultante em um líquido numa superfície plana sempre age abaixo do centróide de área, exceto em uma placa na horizontal.

# Placa plana em contato com superfície livre

(c) 2002 Wadsworth Group / Thomson Learning

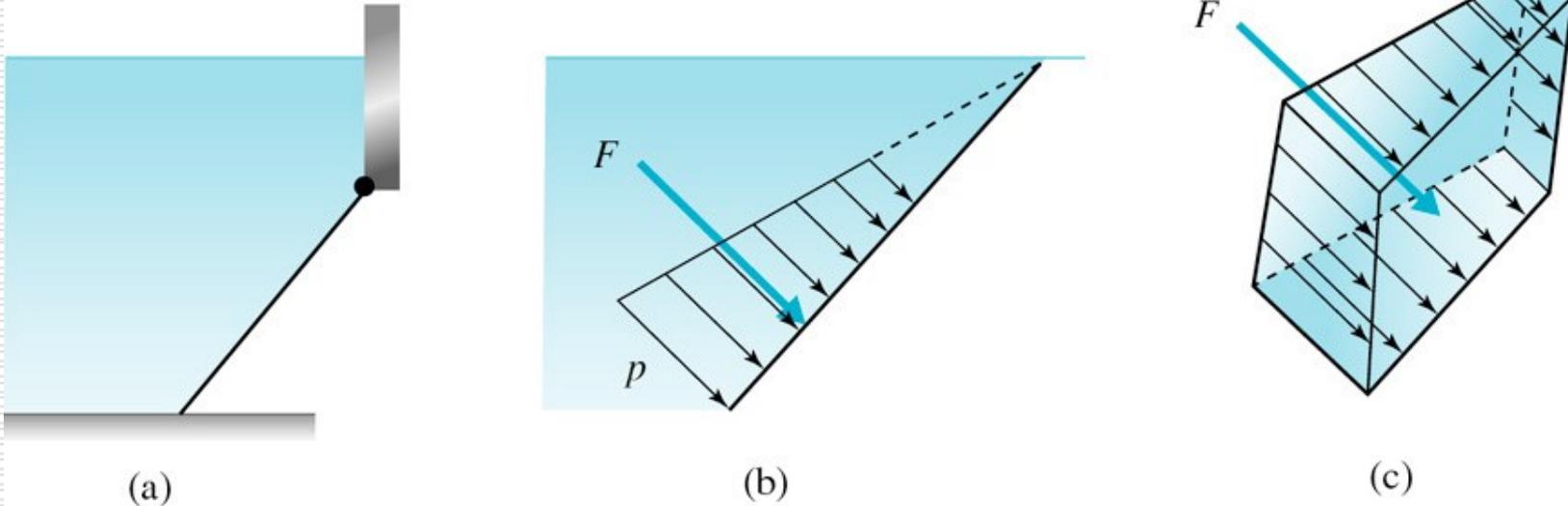


A força sobre uma comporta retangular, cuja borda superior toca a superfície líquida, age dois terços abaixo do nível do líquido.

$$y_p = \bar{y} + \frac{\bar{I}}{A \cdot \bar{y}}$$

# Placa plana submersa

(c) 2002 Wadsworth Group / Thomson Learning



- O volume do prisma de pressão (c) é igual a força  $F$  que age na placa.
- A força é igual ao produto da pressão no Centro de Gravidade (CG) da placa pela área da placa.
- A força não age no CG da placa submersa.
- A força age no centróide do prisma de pressão.

# EXERCÍCIO 1

---

Uma piscina é cheia com 2m de água. Seu fundo é quadrado com 2m de cada lado. Dois lados opostos são verticais; um lado está a  $45^\circ$  e o outro faz um ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal. Determine a força da água:

- b) No fundo
- c) No lado vertical
- d) No lado com  $45^\circ$
- e) No lado com  $60^\circ$

Respostas

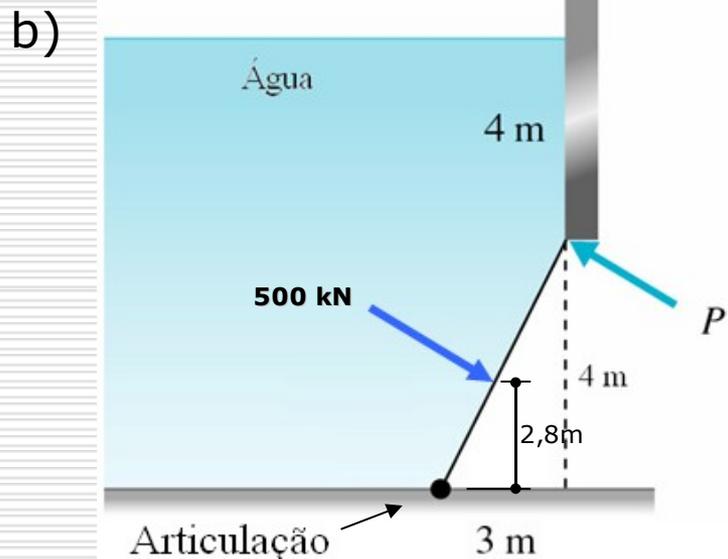
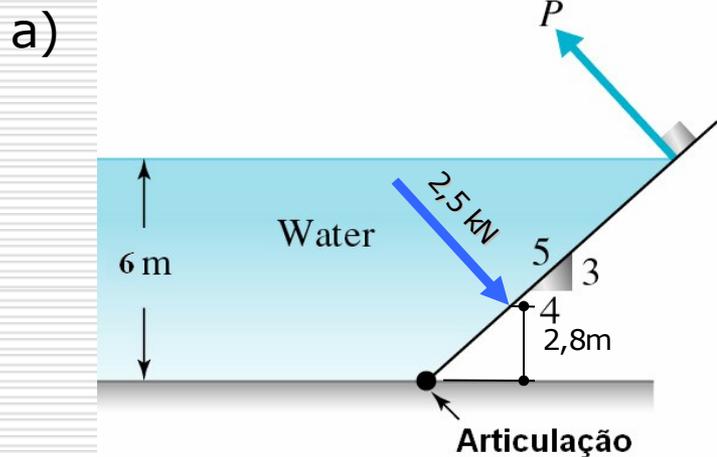
b) 313,9 kN

c) 95,46 kN

d) 55,48 kN

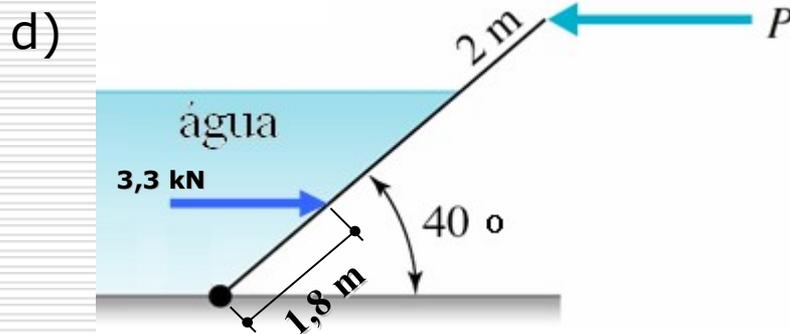
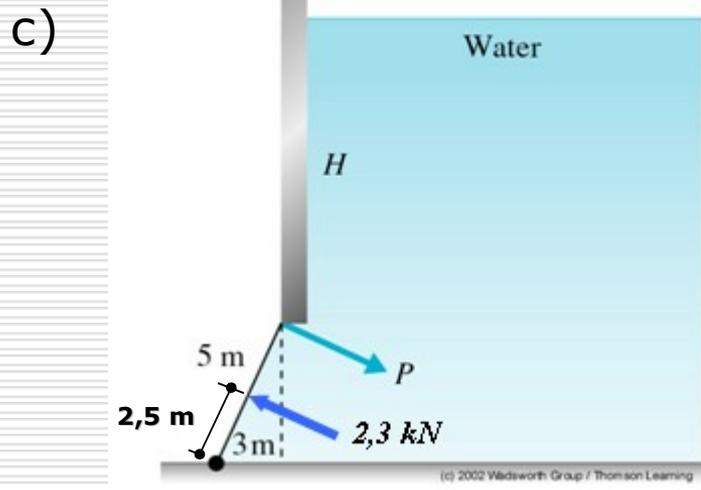
e) 45,3 kN

# EX.2: Calcule a força P nas situações abaixo:

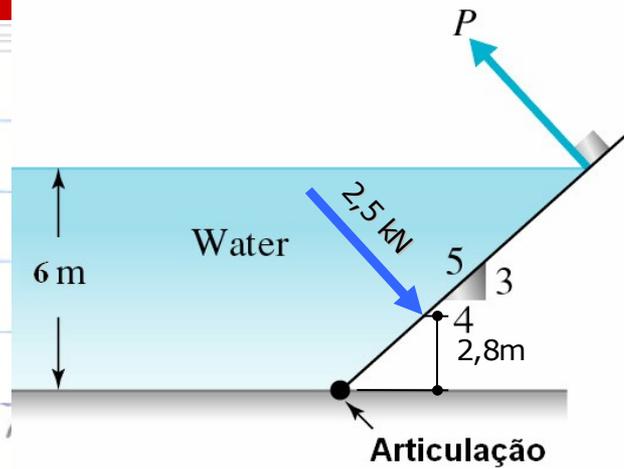


Respostas

- |    |      |    |
|----|------|----|
| b) | 1167 | kN |
| c) |      | kN |
| d) |      | kN |
| e) |      | kN |



# Solução item "a"



$$\sum M_{\text{Articulação}} = 0$$

$$P \cdot d_2 - 2,5 \cdot 10^3 \cdot d_1 = 0$$

$$P = \frac{2500 \cdot d_1}{d_2}$$

Substituindo os valores de  $d_1$  e  $d_2$

$$P = \frac{2500 \cdot 3,5}{7,5}$$

$$P = 1.167,0 \text{ N}$$

determinação de  $d_1$

• Por semelhança de triângulos

$$\frac{2,8}{4} = \frac{d_1}{5} \Rightarrow d_1 = \frac{2,8 \cdot 5}{4}$$

$$d_1 = 3,5 \text{ m}$$

determinação de  $d_2$

$$\frac{6}{4} = \frac{d_2}{5} \Rightarrow d_2 = \frac{6 \cdot 5}{4}$$

$$d_2 = 7,5 \text{ m}$$

# EXERCÍCIO 3

---

Os lados de uma comporta de área triangular, em forma de triângulo isósceles, medem 2m, 3m e 3m. Calcule a força da água em um dos lados da área, se o lado de 2m é horizontal e está 10 m abaixo da superfície, e o triângulo é:

- b) vertical
- c) Horizontal
- d) Inclinado  $60^\circ$  com a horizontal

Respostas

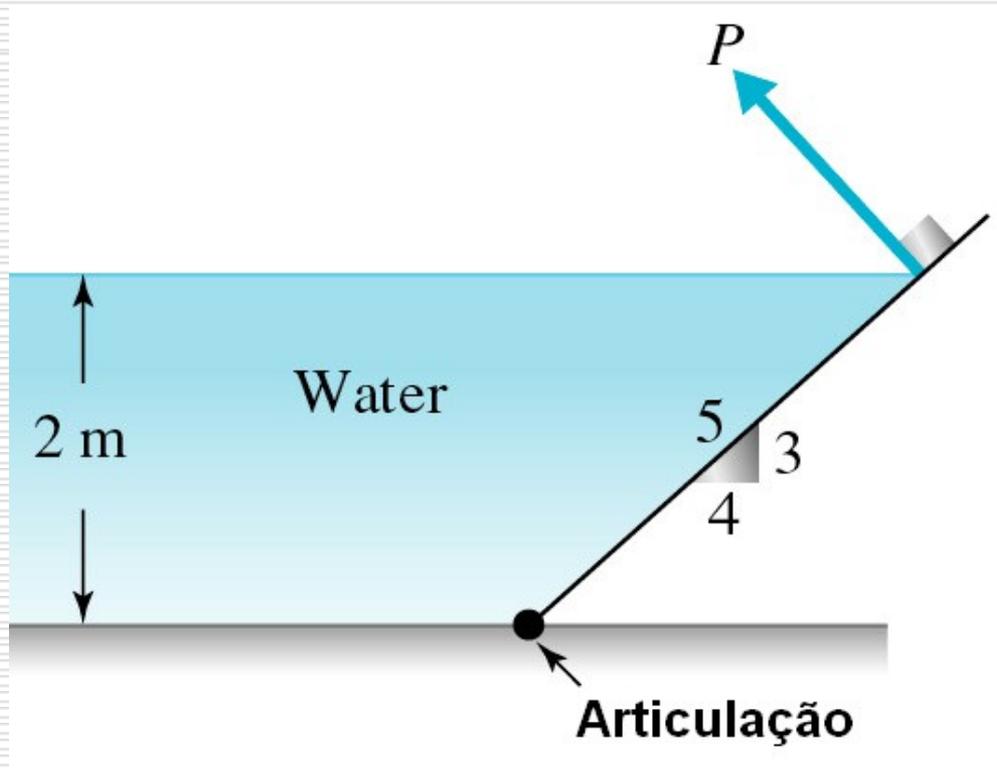
b) 251 kN

c) 277,1 kN

d) 254,5 kN

# EXERCÍCIO 4

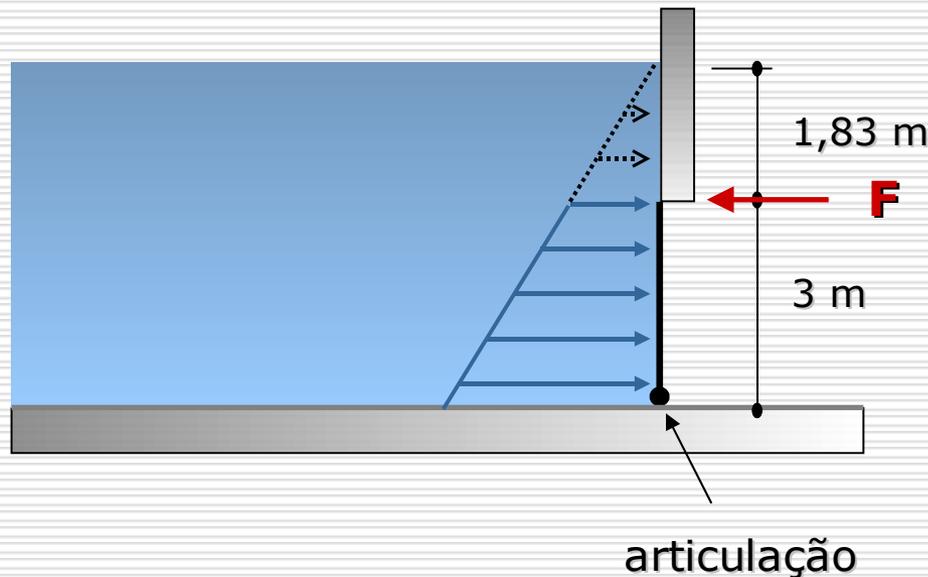
A comporta retangular abaixo tem 3m de largura. Determine a força  $P$  necessária para manter a comporta na posição mostrada.



Resposta  
32670 N

# EXERCÍCIO 5

Uma comporta retangular, vertical, com 6 ft de largura e 10ft de altura, tem seu topo 6m abaixo do nível da água. Ela está articulada em sua extremidade inferior. Que força  $F$ , agindo na borda superior, é necessária para segurar a comporta fechada?

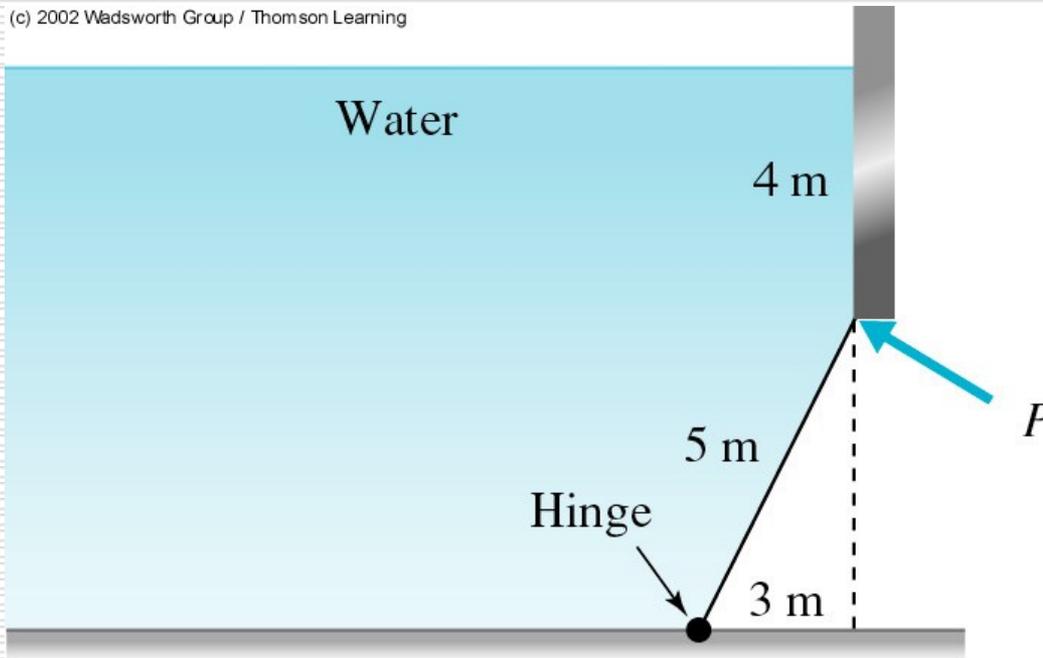


Resposta  
77,7 kN

# EXERCÍCIO 6

Determine a força  $P$  necessária para segurar uma comporta de 4m de largura na posição mostrada abaixo.

(c) 2002 Wadsworth Group / Thomson Learning

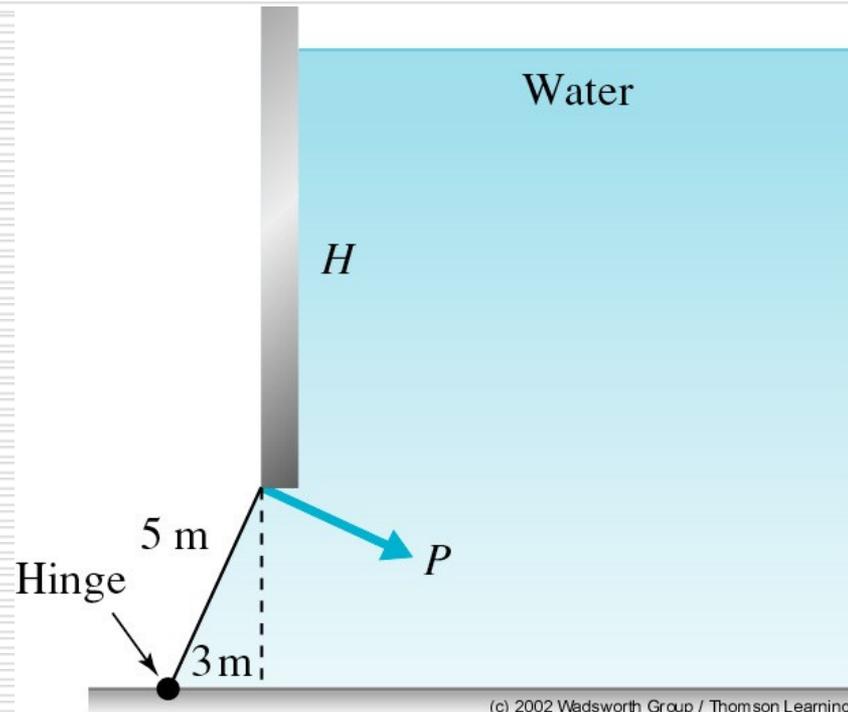


Resposta  
523 kN

# EXERCÍCIO 7

Calcule a força  $P$  necessária para segurar uma comporta de 4m de largura na posição mostrada abaixo se:

- b)  $H=6\text{m}$
- c)  $H=8\text{m}$
- d)  $H=10\text{m}$



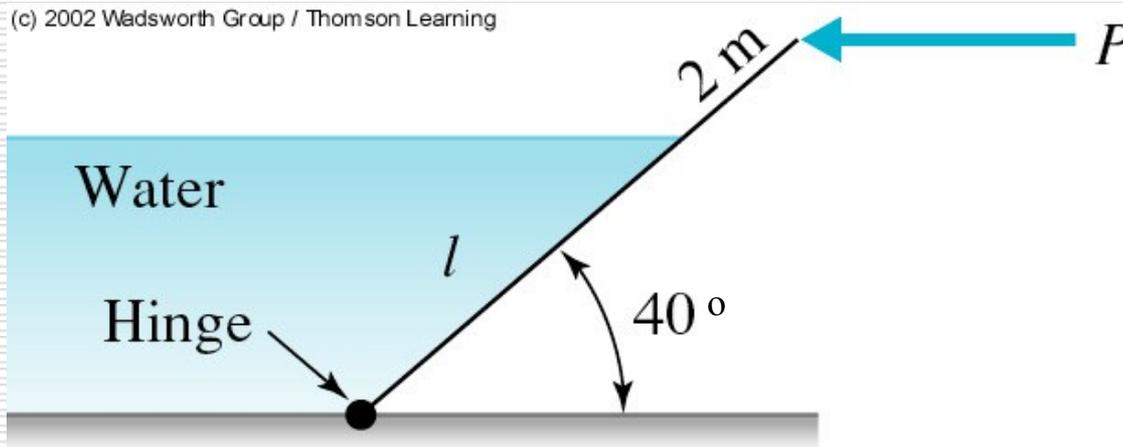
Resposta  
 $P=1112\text{ kN}$

# EXERCÍCIO 8

Encontre a força  $P$  para se segurar uma comporta retangular com 3m de largura, como mostrada abaixo, se:

- b)  $L = 2\text{m}$
- c)  $L = 4\text{m}$
- d)  $L = 5\text{m}$

(c) 2002 Wadsworth Group / Thomson Learning

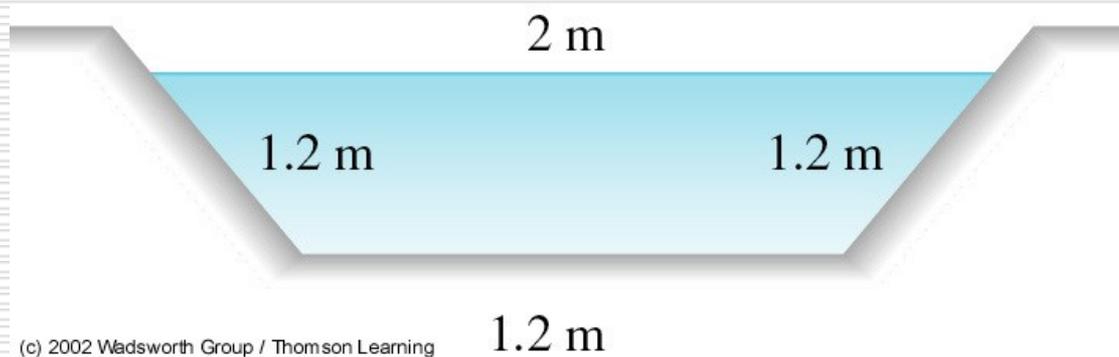


Respostas

- b) 9810 N
- c) 52300 N
- d) 87600 N

# EXERCÍCIO 9

Um canal trapezoidal, com área transversal mostrada abaixo, tem uma comporta em uma das extremidades. Qual é a força mínima  $P$  necessária para segurar a comporta vertical fechada, se esta é articulada no fundo? A comporta tem as mesmas dimensões do canal e a força  $P$  age na superfície da água.



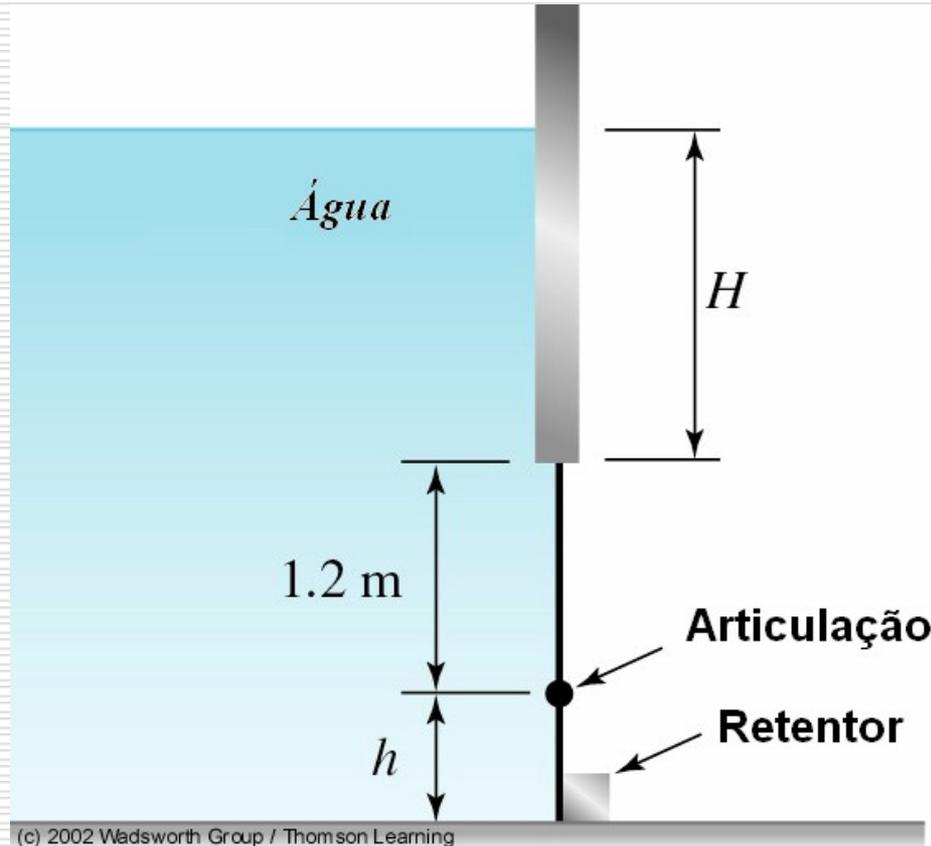
Respostas

b) 3346 N

# EXERCÍCIO 10

Em que altura  $H$  a comporta rígida, articulada no seu ponto central, abre se  $h$  é:

- b) 0,6m
- c) 0,8m
- d) 1 m



Respostas

- b)  $H=0$
- c)  $H=0,667\text{m}$
- d)  $H=2,933\text{m}$

# EXERCÍCIO 11

---

- Uma comporta quadrangular mede 80 cm de lado e faz um ângulo de  $45^\circ$  com a base na qual é articulada. Sua parte superior está a uma profundidade de 57 cm. Determine a força atuante na comporta pelos dois métodos
  - 1) Volume do prisma de pressão
  - 2) Produto da pressão no CG pela área da comporta

# EXERCÍCIO 12

- Para cada situação abaixo, dada a placa quadrangular de lado "a", mostre que a coordenada  $y_p = 2.a/3$

(c) 2002 Wadsworth Group / Thomson Learning

