UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA "LUIZ DE QUEIROZ"
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE BIOSSISTEMAS

LEB0472 – HIDRÁULICA

Prof. Fernando Campos Mendonça

Aula 7 –Hidrodinâmica – Condutos Forçados e Perdas de Carga (parte 2)

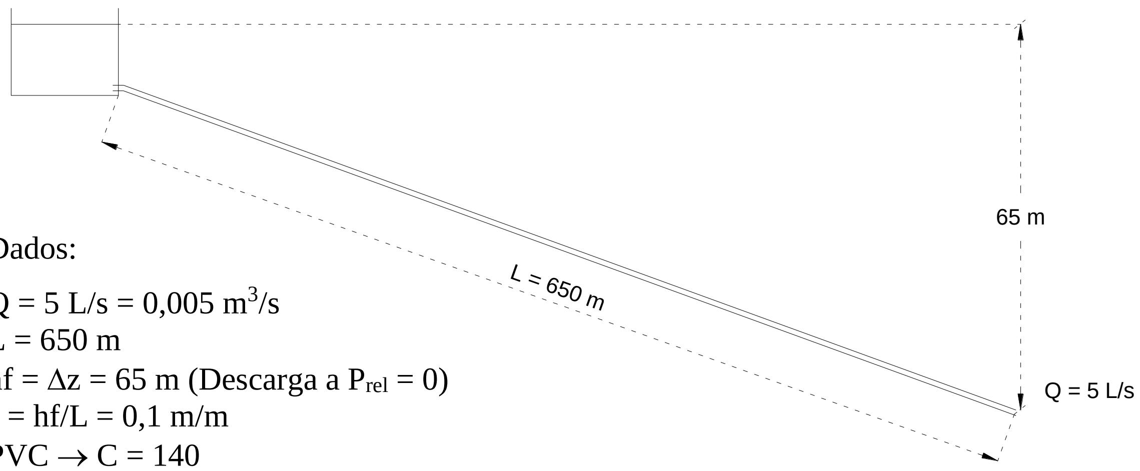
1. Problemas hidraulicamente determinados

1.1. Tipos

Dados	Incógnita
Q, L, K, D	hf
hf, L, K, D	Q
hf, L, K, Q	D

1.2. Exemplos - fórmulas de Hazen-Williams e Flamant

1.2.1. Hazen-Williams:



Dados:

$Q = 5$ L/s $= 0{,}005$ m^3/s
$L = 650$ m
$hf = \Delta z = 65$ m (Descarga a $P_{rel} = 0$)
$J = hf/L = 0{,}1$ m/m
PVC $\rightarrow$ C = 140

a) Determine o diâmetro de um tubo de PVC para as condições do esquema acima:

Solução:

$$D = 1{,}625 \cdot \left(\frac{Q}{C}\right)^{0{,}38} \cdot \left(\frac{L}{hf}\right)^{0{,}205} \quad \text{ou} \quad D = 1{,}625 \cdot \left(\frac{Q}{C}\right)^{0{,}38} \cdot \left(\frac{1}{J}\right)^{0{,}205}$$

$$D = 1{,}625 \cdot \left(\frac{0{,}005}{140}\right)^{0{,}38} \cdot \left(\frac{650}{65}\right)^{0{,}205} \Rightarrow \quad D = 0{,}0532 \text{ m ou } 53 \text{ mm}$$

b) Qual seria a perda de carga se fossem utilizados tubos com diâmetros de 50 ou 75 mm?

Solução:

$$hf = 10{,}65 \cdot \left(\frac{Q}{C}\right)^{1{,}852} \cdot \frac{L}{D^{4{,}87}}$$

Diâmetros comerciais disponíveis:

DN = 50 mm (DI = 0,0481 m) $\quad hf = 10{,}65 \cdot \left(\frac{0{,}005}{140}\right)^{1{,}852} \cdot \frac{650}{0{,}0481^{4{,}87}} = 105{,}2$ mca

DN = 75 mm (DI = 0,0725 m) $\quad hf = 10{,}65 \cdot \left(\frac{0{,}005}{140}\right)^{1{,}852} \cdot \frac{650}{0{,}0725^{4{,}87}} = 14{,}3$ mca

---

c) Como a máxima perda de carga sem bombeamento é de 65 mca, não é possível escoar 5 L/s com tubos de 50 mm (hf = 105,2 mca), e o tubo de 75 mm causa perda de carga menor que 65 mca. Portanto, haverá uma diminuição da vazão com o tubo de 50 mm (DI = 48,1 mm) e um aumento dela com o tubo de 75 mm (DI = 72,5 mm). Quais serão as vazões se forem utilizados tubos com diâmetro de 50 mm e 75 mm?

Solução:

Tubo 50 mm (DI = 48,1 mm)

$$Q = 0{,}2788 \cdot C \cdot D^{2{,}63} \cdot \left(\frac{hf}{L}\right)^{0{,}54} \quad \text{ou} \quad Q = 0{,}2788 \cdot C \cdot D^{2{,}63} \cdot J^{0{,}54}$$

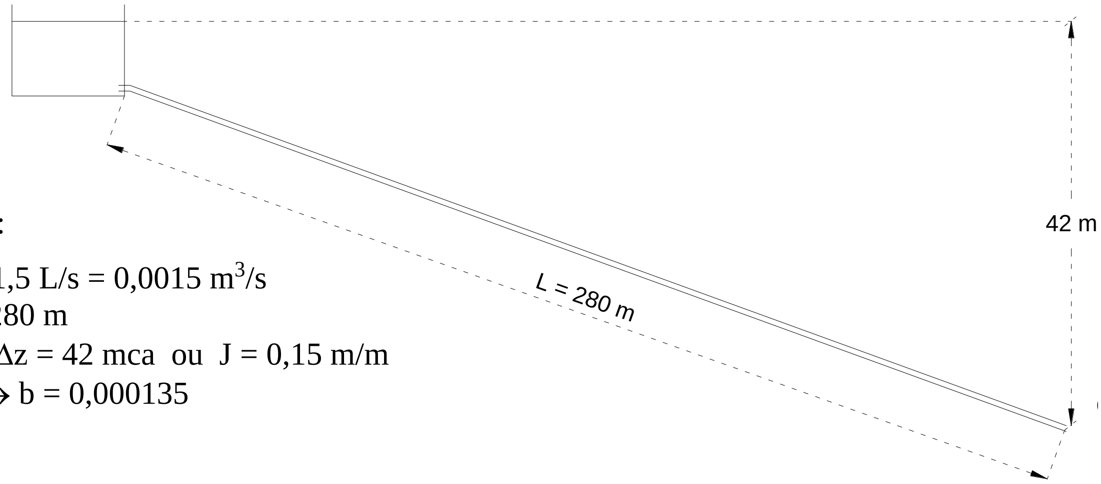
$$Q = 0{,}2788 \cdot 140 \cdot 0{,}0481^{2{,}63} \cdot 0{,}1^{0{,}54} = 0{,}00385 \text{ m}^3/\text{s} \text{ ou } 3{,}85 \text{ L/s}$$

Tubo 75 mm (DI = 72,5 mm)

$$Q = 0{,}2788 \cdot C \cdot D^{2{,}63} \cdot \left(\frac{hf}{L}\right)^{0{,}54} \quad \text{ou} \quad Q = 0{,}2788 \cdot C \cdot D^{2{,}63} \cdot J^{0{,}54}$$

$$Q = 0{,}2788 \cdot 140 \cdot 0{,}0725^{2{,}63} \cdot 0{,}1^{0{,}54} = 0{,}0113 \text{ m}^3/\text{s} \text{ ou } 11{,}3 \text{ L/s}$$

1.2.2. Flamant:



Dados:

Q = 1,5 L/s = 0,0015 m^3/s
L = 280 m
hf = Δz = 42 mca ou J = 0,15 m/m
PE $\rightarrow$ b = 0,000135

a) Determine o diâmetro de um tubo de polietileno (PE) para as condições do esquema dado.

Solução:

$$D = 1{,}464 \cdot b^{0{,}21} \cdot Q^{0{,}368} \cdot \left(\frac{L}{hf}\right)^{0{,}21} \quad \text{ou} \quad D = 1{,}464 \cdot b^{0{,}21} \cdot \frac{Q^{0{,}368}}{J^{0{,}21}}$$

$$D = 1{,}464 \cdot 0{,}000135^{0{,}21} \cdot 0{,}0015^{0{,}368} \cdot \frac{280^{0{,}368}}{42^{0{,}21}} \Rightarrow \text{D = 0,0307 m ou 30,7 mm}$$

b) Qual seria a perda de carga se forem utilizados tubos com diâmetros de 32 ou 40 mm?

Solução:

$$hf = 6{,}107 \cdot b \cdot Q^{1{,}75} \cdot \frac{L}{D^{4{,}75}}$$

Diâmetros comerciais disponíveis:

DN = 32 mm (DI = 0,029 m) $\quad hf = 6{,}107 \cdot 0{,}000135 \cdot Q^{1{,}75} \cdot \frac{280}{0{,}029^{4{,}75}} = 53{,}1$ mca

DN = 40 mm (DI = 0,036 m) $\quad hf = 6{,}107 \cdot 0{,}000135 \cdot Q^{1{,}75} \cdot \frac{280}{0{,}036^{4{,}75}} = 19{,}0$ mca

---

c) Como a máxima perda de carga sem bombeamento é de 42 mca, não é possível escoar 1,5 L/s com tubos de 32 mm (hf = 53,1 mca, e o tubo de 40 mm causa perda de carga menor que 42 mca (19 mca). Portanto, haverá uma diminuição da vazão com o tubo de 32 mm (DI = 29 mm) e um aumento dela com o tubo de 40 mm (DI = 36 mm). Quais serão as vazões se forem utilizados tubos com diâmetro de 32 mm e 40 mm?

Solução:

Tubo 32 mm (DI = 29 mm):

$$Q = \frac{0{,}356}{b^{0{,}57}} \cdot D^{2{,}714} \cdot \left(\frac{hf}{L}\right)^{0{,}57}$$

$$Q = \frac{0{,}356}{0{,}000135^{0{,}57}} \cdot 0{,}029^{2{,}714} \cdot \left(\frac{42}{280}\right)^{0{,}57} \Rightarrow Q = 0{,}0013\ m^3/s \text{ ou } 1{,}3\ L/s$$

Tubo 40 mm (DI = 36 mm):

$$Q = \frac{0{,}356}{b^{0{,}57}} \cdot D^{2{,}714} \cdot \left(\frac{hf}{L}\right)^{0{,}57}$$

$$Q = \frac{0{,}356}{0{,}000135^{0{,}57}} \cdot 0{,}036^{2{,}714} \cdot \left(\frac{42}{280}\right)^{0{,}57} \Rightarrow Q = 0{,}00234\ m^3/s \text{ ou } 2{,}34\ L/s$$

2. Fórmula Universal de perda de carga (Darcy-Weisbach)

2.1. Desenvolvimento teórico

a) Autores:

- **Julies Weisbach** (Saxônia – Alemanha, 1845)

- **Henry D'Arcy** (França, 1857)

- Colaboradores: Chézy, **Weisbach, Darcy**, Poiseuille, Reynolds, Fanning, Blasius, Kármaán, Prandtl, Colebrook, White, Rouse, Nikuradse, Mo

- Fórmula semi-empírica: base na física teórica + experimentação em laboratório

b) Aplicação:

- Qualquer material de canalização
- Qualquer líquido
- Qualquer temperatura do líquido
- Qualquer diâmetro
- Regime de escoamento laminar ou turbulento

---

c) Fórmula:

$$hf = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

hf – perda de carga, mca

L – comprimento da tubulação, m

D – diâmetro da tubulação, m

V – velocidade de escoamento, m/s

g – aceleração da gravidade, m/s^2

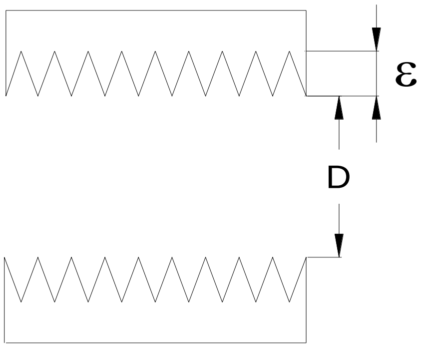
f – fator de atrito, dependente do material da canalização e do número de Reynolds

$f = f(Re, \varepsilon/D)$

ε - rugosidade do material do tubo, m ou mm

ε/D – rugosidade relativa, m/m ou mm/mm

Esquema de paredes do tubo (D e ε)



ε/D = rugosidade relativa

K/D = rugosidade equivalente

(Grãos de areia)

K – aspereza determinada com partículas de areia de tamanho conhecido

2.2. Determinação do fator de atrito (f)

2.2.1. Método gráfico - Diagrama de Moody

- Entregar o diagrama para os alunos

- Apresentar Diagrama de Moody no datashow.

- Explicar como utilizá-lo

Exemplo: ε/D = 0,004; Re = 300000 (3×10^5); f = 0,028

2.2.2. Método algébrico

a) Movimento laminar (Re ≤ 2000)

$$f = \frac{64}{Re}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{V \times D}}{\upsilon}$$

Re – número de Reynolds

b) Movimento crítico (2000 ≤ Re ≤ 4000)

- Valor de f é indeterminado (não se estima com precisão)

c) Movimento turbulento (Re > 4000)

- f = f (Re, ε/D)

- Equações para cálculo de f em escoamento turbulento (Re > 4000)

c.1) Equação de Colebrook-White

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7\,D} + \frac{2{,}51}{Re\,\sqrt{f}}\right)$$

- Solução difícil, por processo iterativo

- Solução simplificada c/ diagrama de Moody

c.2) Equação de Swamee-Jain

- criada para substituir o uso do diagrama de Moody

- solução simples, sem processo iterativo

$$f = \frac{0{,}25}{\left[\log\left(0{,}27\,\frac{\varepsilon}{D} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

c.3) Explicitação da Fórmula Universal para problemas hidraulicamente determinados

I - <u>Perda de carga</u>:

$$hf = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \qquad \text{ou} \qquad J = \frac{f}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

Fórmula Universal + f (Swamee-Jain):

$$J = \frac{0{,}203\,\frac{Q^2}{g\,D^5}}{\left[\log\left(0{,}27\,\frac{\varepsilon}{D} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

II – <u>Vazão:</u>

$$Q = -\frac{\pi}{\sqrt{2}}\log\left(0{,}27\frac{\varepsilon}{D} + \frac{1{,}78\,\upsilon}{D\sqrt{g\,D\,J}}\right) \cdot D^2 \cdot \sqrt{g\,D\,J}$$

III – Diâmetro:

$$D = \frac{0{,}66 \cdot \left\{ \left[\varepsilon \cdot \left(\frac{g\ J}{Q^2} \right)^{0,2} \right]^{1,25} + \upsilon \cdot \left(\frac{1}{g\ J\ Q^3} \right)^{0,2} \right\}^{0,04}}{\left(\frac{g\ J}{Q^2} \right)^{0,2}}$$

2.2.3. Exemplos:

I. Numa canalização com diâmetro 25 mm, rugosidade de 0,1 mm e comprimento de 200 m, a água escoa com uma vazão de 1 L/s, à temperatura de 20°C. Calcule a perda de carga que ocorre na canalização.

Dados:

D = 25 mm (0,025 m)
ε = 0,1 mm (0,0001 m)
Q = 0,001 m^3/s
T = 20°C $\Rightarrow$ $\nu = 1{,}01 \times 10^{-6}$ (Tabela de propriedades físicas da água)

Solução:

ε /D = 0,004

$V = \frac{4\ Q}{\pi\ D^2} = \frac{4 \times 0{,}001}{\pi \times 0{,}025^2} = 2{,}04$ m/s

$Re = \frac{V \times D}{\upsilon} = \frac{2{,}04 \times 0{,}025}{1{,}01 \times 10^{-6}} = 504952$

$\left.\begin{array}{l} \varepsilon /D = 0{,}004 \\ Re = 5{,}05 \times 10^4 \end{array}\right\}$ Diagrama de Moody $\Rightarrow$ f = 0,032
Fórmula de Swamee-Jain $\Rightarrow$ f = 0,031

Fórmula Universal: $hf = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$

$$hf = 0{,}031 \cdot \frac{200}{0{,}025} \cdot \frac{2{,}04^2}{19{,}62} = 52{,}6 \text{ mca}$$

J = hf / L = 52,6 / 200

J = 0,263 m/m

II. Por um tubo gotejador de diâmetro 0,8 mm passa uma vazão de 1 L/h (água a 20ºC), com perda de carga de 15 mca. Pede-se:

a) a velocidade de escoamento;

b) o número de Reynolds;

c) verificar o regime de escoamento;

d) o comprimento do tubo.

Dados:

D = 0,8 mm = 0,0008 m

Q = 1 L/h= 0,0000002278 m^3/s

Água a 20ºC $\Rightarrow$ $\nu = 1,01 \times 10^{-6}$

hf = 15 mca

Solução:

a) $V = \frac{4\,Q}{\pi\,D^2} = \frac{4 \times 0,0000002278}{\pi \times 0,0008^2}$ = 0,553 m/s

b) $Re = \frac{V \times D}{\upsilon} = \frac{0,553 \times 0,0008}{1,01 \times 10^{-6}}$ = 438

c) Re < 2000 $\therefore$ Escoamento laminar

d) $f = \frac{64}{438}$ = 0,1461

$hf = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$

$L = \frac{hf\ D\ 2g}{f\ V^2} = \frac{15 \times 0,0008 \times 19,62}{0,1461 \times 0,553^2}$ = 5,27 m

---

3. Perdas de carga localizadas

- Cada peça instalada na tubulação causa perda de carga
- Perdas de carga que ocorrem nas peças = hf_L

3.1 Cálculo das perdas de carga localizadas

a) Método dos coeficientes (K)

$$hf_l = K\frac{V^2}{2g}$$

hf_L – perda de carga localizada, mca

V – velocidade de escoamento, m/s

g – aceleração da gravidade, m/s^2

- Tabela de valores de K

(ENTREGAR TABELA AOS ALUNOS)

b) Método dos comprimentos equivalentes (L_{eq})

- Para efeito de cálculo adiciona-se comprimentos que correspondem à perda causada pelas peças existentes na tubulação
- Comprimento da tubulação: L
- Comprimento equivalente às peças na tubulação: Le
- Comprimento total: L_T = L + Le

3.2 Exemplo:

Calcular a perda de carga no esquema a seguir:

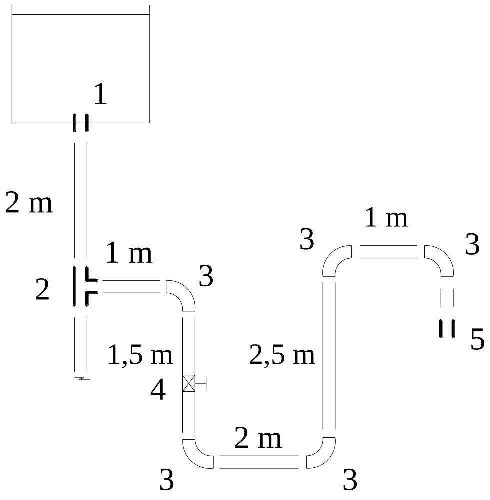
D = 25 mm

(DI = 0,0216 m)

Material: PVC

Q = 0,5 L/s

PVC (b = 0,000135)



Peça	Quantidade	K	Le
Entrada reentrante	1	1,0	1,0
Tê de saída lateral	1	1,3	1,7
Curva 90º raio longo	5	0,4	0,3
Registro de gaveta aberto	1	0,2	0,2
Saída de canalização	1	0,9	0,9

a) Método dos comprimentos equivalentes (Le):

Tubulação: L = 2 + 1 + 1,5 + 2 + 2,5 + 1 = 10 m

Peças: Le = 1,0 + 1,7 + 5 x 0,3 + 0,2 + 0,9 = 5,3 m

L' = L + Le = 15,3 m

$hf = 6{,}107 \cdot b \cdot Q^{1,75} \cdot \frac{L}{D^{4,75}}$ $hf = 6{,}107 \cdot 0{,}000135 \cdot 0{,}0005^{1,75} \cdot \frac{15{,}3}{0{,}0216^{4,75}}$

hf_T = 1,72 mca

b) Método algébrico (K):

Perda de carga na tubulação (distribuída):

L = 10 m ⇒ $hf = 6{,}107 \cdot 0{,}000135 \cdot 0{,}0005^{1,75} \cdot \frac{10}{0{,}0216^{4,75}}$ = 1,17 mca

Perda de carga total (distribuída + localizada):

L = 17 m ⇒ $hf = 6{,}107 \cdot 0{,}000135 \cdot 0{,}0005^{1,75} \cdot \frac{17}{0{,}0216^{4,75}}$ = 1,91 mca

Perda de carga nas peças (localizada – Método dos Coeficientes):

$hf_l = K\frac{V^2}{2g}$ $V = \frac{4\,Q}{\pi\,D^2} = \frac{4 \times 0{,}0005}{\pi \times 0{,}0216^2}$ = 1,36 m/s

$hf_{l1} = 1{,}0 \times \frac{1{,}36^2}{19{,}62}$ = 0,094 mca

$hf_{l2} = 1{,}3 \times \frac{1{,}36^2}{19{,}62}$ = 0,123 mca

$hf_{l3} = 0{,}4 \times \frac{1{,}36^2}{19{,}62}$ = 0,038 mca x 5 peças = 0,19 mca

$hf_{l4} = 0{,}2 \times \frac{1{,}36^2}{19{,}62}$ = 0,019 mca

$hf_{l5} = 1{,}0 \times \frac{1{,}36^2}{19{,}62}$ = 0,094 mca

---

Soma de hf_l = 0,52 mca

hf = 1,12 + 0,52 = 1,64 mca

4. Exercício 7 (Provinha – Aula 7)

LEB 0472 – Hidráulica

Nome: Data:

1) Calcular a perda de carga que ocorre em uma canalização com os seguintes dados:

L = 1200 m
D = 150 mm
Q = 60 L/s
$\varepsilon = 10^{-4}$ m
Água a 30ºC (tabela): $\nu = 0,83 \times 10^{-6}\ m^2/s$

2) Qual será a vazão se a perda de carga permanecer a mesma do item 1 e o diâmetro da tubulação mudar para 250 mm?

3) Qual o diâmetro que a tubulação deve ter para que a perda de carga seja igual, mas a vazão aumente para 65 L/s?

Obs.: usar a Fórmula Universal com fator de atrito calculado por Swamee-Jain